数学エッセイ

茜町春彦

素数：6n+1

n	0	1	2	3	4	5
6n	0	6	12	18	24	30
6n+1	1	7	13	19	25	31
6n+2	2	8	14	20	26	32
6n+3	3	9	15	21	27	33
6n+4	4	10	16	22	28	34
6n+5	5	11	17	23	29	35

タイトル：数学エッセイ（素数：6n+1）

著者：茜町春彦

前書き

対象となる読者について：
大学で数論・情報理論などを履修した人、若しくは素数に興味のある人を想定しています.

本稿の目的について：
素数の2と3を除外すると、素数の分布に周期性が現れるようです.
具体的には素数を P=6n+1 の形に表わし、さらに n を負の領域に拡張すると周期性らしきものが現れると云う事です．そして、その周期性を用いて、その P=6n+1 の集合の中から合成数を除外すれば、素数計算関数 π(P) の極限値を正確に求めることが多分できるだろうと思います．そのアイデアの提供が目的です.

表1：6n+1型 6n+5型 素数

n	0	1	2	3	4	5	…
6n	0	6	12	18	24	30	…
6n+1	1	7	13	19	25	31	…
6n+2	2	8	14	20	26	32	…
6n+3	3	9	15	21	27	33	…
6n+4	4	10	16	22	28	34	…
6n+5	5	11	17	23	29	35	…

$6n = 2 \cdot 3n = 3 \cdot 2n$ → 2の倍数（3の倍数）

$6n+1$ → 素数と合成数と単位元

$6n+2 = 2(3n+1)$ → 2の倍数と素数2

$6n+3 = 3(2n+1)$ → 3の倍数と素数3

$6n+4 = 2(3n+2)$ → 2の倍数

$6n+5$ → 素数と合成数

P=6n+1型素数の **n** を整数にする事

全ての素数は P=6n+1 または P=6n+5 の形に表わすことが出来ます．（表1を参照）
ただし、この場合の n はゼロと自然数です．また、素数の2と3は例外として除外します．

しかし、式が二つあると扱いずらいので、一つの式ですべての素数を表す方法を考えてみます．
（くどいようですが素数の2と3は例外とします）

まず、n を負の領域まで拡張します．つまり n は整数と云う事です．（ n= ... -4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4 ... ）

そして、それを P=6n+1 の方だけに適用します．
（つまり P=6n+5 は不要と云う事です．逆に P=6n+1 を不要として P=6n+5 の方を用いても同じことが出来るのですが、P=6n+1 の方が処理が簡単なので P=6n+1 の方を選びました）

すると、n が負の領域では-5とか-11とか-17などとマイナス記号が付いてしまいますが、プラスの意味であると心の中で思い込むと云う事です．
例えば-5はマイナス記号が付いていても5であるとすると云う事です．絶対値を取るとマイナス記号を外すことが出来ますが、絶対値にはしません．

この事を図1に図示します．

図 1

図1：6n+1負領域拡張型素数の数直線

n	…	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5 …
$6n+1$	…	-29	-23	-17	-11	-5	1	7	13	19	25	31 …

$$P = 6n+1 \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \cdots)$$

Pには合成数も単位元も含まれていますが、2と3は含まれていません。

P=6n+1

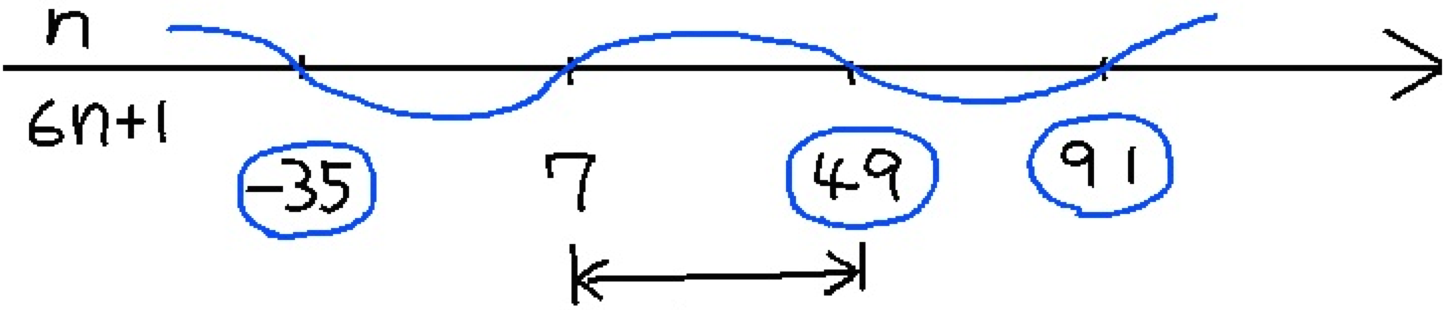
これにより、全ての素数を一つの式 P=6n+1 で表わすことが出来るようになりました.

また、P=6n+1 どうしの積は、P=6n+1 の形に表すことができます.
$(6a+1)x(6b+1)=36ab+6a+6b+1=6(6ab+a+b)+1=6n+1$

そして、P=6n+1 から合成数を除外して行けば、素数が残ることになります.
例として、合成数の除外方法を図2に示します.

図 2

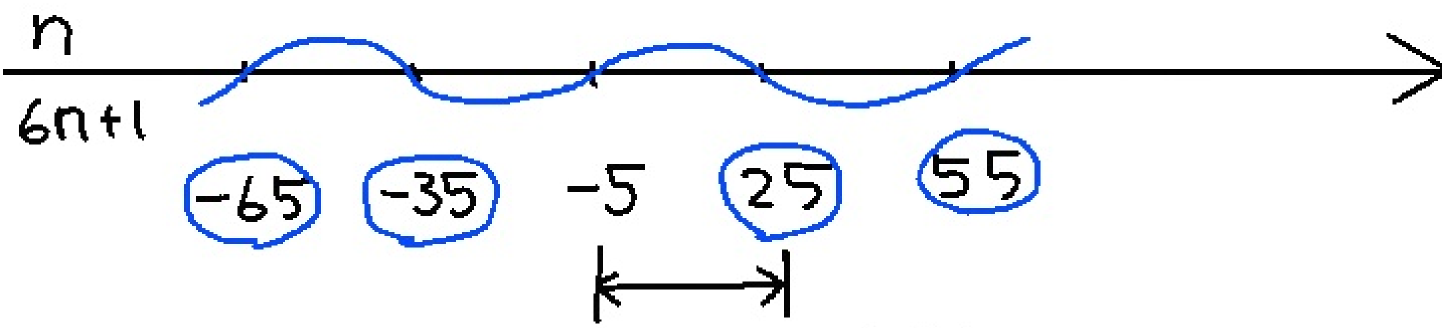
図2：素数7とその倍数



周期：6×7＝42

7を中心にして周期42で7の倍数が現れています

もうひとつ，別例として −5の倍数



周期：$6 \times |-5| = 30$

周期30で −5の倍数が現れます．

$-5 \times -11 = 55$

$-5 \times -5 = 25$

$-5 \times 7 = -35$

$-5 \times 13 = -65$

素数計算関数

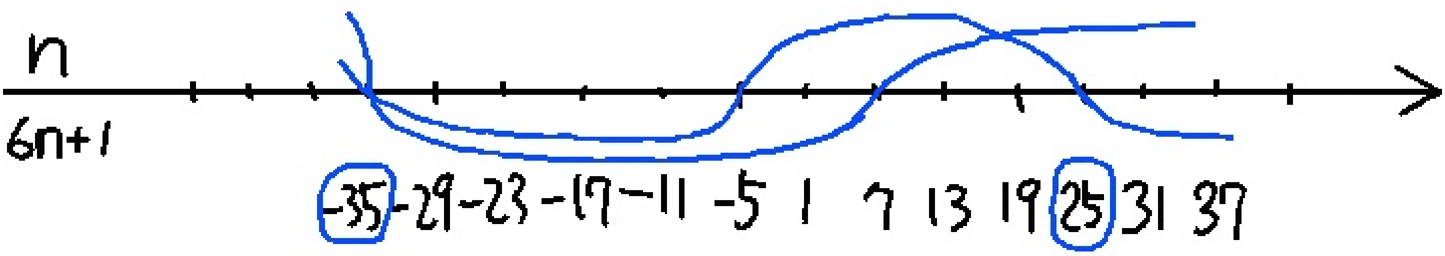
以上の事から、素数計算関数 π(P)=N の求め方の手順を次に示します．

手順1： P=6n+1 を決める．
手順2： 数直線上で、-P+2 から P の範囲内に存在する 6n+1型の数字の個数を数えます．
手順3： 数直線上で、-P+2 から P の範囲内に存在する 6n+1型の合成数の個数を数えます．
手順4： 手順2の個数から手順3の個数を減じます．
手順5： 手順4の個数から単位元の個数（1個）を減じます．
手順6： 手順5の個数に素数の2と3の個数（2個を）加えます．その結果が π(P)=N です．

例として、π(37)=N を数えてみます．（図３参照）

図３

図3　$\pi(37) = N$



手順1：　$P=37$ とします

手順2：-35から37の間の数字は13個です

手順3：-35から37の間の合成数は2個です

手順4：　$13-2=11$

手順5：　$11-1=10$

手順6：　$10+2=12$

よって $\pi(37)=12$ です.

感想

手順3で合成数を数える時に倍数が周期的に表れることを考慮すると、π(P) の極限値を正確に求めることが出来るような気がします.
しかし具体的にどのように処理したら良いのかまでは、考え付いておりません.
以上です.

中扉

English version

Title: An idea on prime numbers (6n+1)
Author: Akanemachi Haruhiko

Target of readers: Peple who have interests in prime numbers.

Purpose of this e-book: Presentation of an idea, by which you might be able to correctly obtain the limiting value for the prime number sum-up fanction PI(). In this regard, PI means a greece letter. Moreover, this e-book merely shows an idea. Accodingly, you are requested to find the limiting value by yourself, if necessary.

Table1: $P = 6n+1,\ 6n+5$

n	0	1	2	3	4	5	...
$6n$	0	6	12	18	24	30	...
$6n+1$	1	7	13	19	25	31	...
$6n+2$	2	8	14	20	26	32	...
$6n+3$	3	9	15	21	27	33	...
$6n+4$	4	10	16	22	28	34	...
$6n+5$	5	11	17	23	29	35	...

$6n = 2\cdot 3n = 3\cdot 2n$ → Mutiples of 2 (3)

$6n+1$ → Prime Numbers, Composite Numbers, the unit

$6n+2 = 2(3n+1)$ → Multiples of 2

$6n+3 = 3(2n+1)$ → Multiples of 3

$6n+4 = 2(3n+2)$ → Multiples of 2

$6n+5$ → Prime Numbers, Composite Numbers

A single equation for prime numbers

[How to express the prime numbers by a single equation]

Except for the prime numbers 2 and 3, all prime numbers can be expressed in the form of both P=6n+1 and P=6n-1, where n=0,1,2,3,4,... .
(Refer to Table1)

In this regard, I try to unify these two equations into only one equation.

For that, the range of n is expanded to the integers. (n=...-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4...)
And so, all prime numbers can be expressed in the form of either P=6n+1 or P=6n-1.
I would like to choice P=6n+1, because P=6n+1 is simpler than P=6n+5 regarding the treatment of calculation.
(Refer to Figure1)

Of course, you may choice P=6n+5 instead of P=6n+1, but you need modify the following calculation by yourself.

Moreover, you are requested to regard the negative integers as the positive ones.
For example; -5, -11 and -17 means 5, 11 and 17 respectively.

Figure1

Figure 1 : Number Line for P= 6n+1

n	$\cdots$	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	$\cdots$
$6n+1$	$\cdots$	-29	-23	-17	-11	-5	1	7	13	19	25	31	$\cdots$

$$P = 6n+1 \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \cdots)$$

P covers prime numbers, composite numbers and the unit. However, the prime numbers 2 and 3 are excepted.

6n+1

Now, all prime numbers can be expressed in a single equation (P=6n+1).

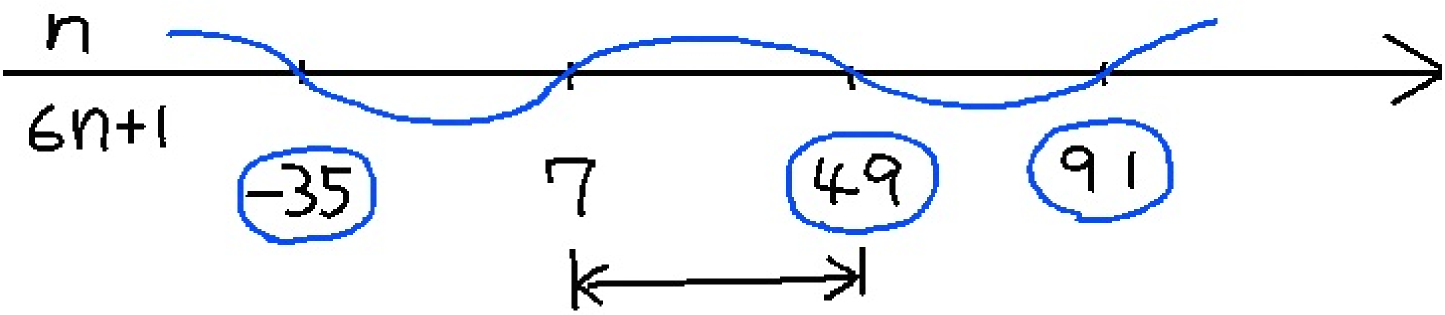
If the composite numbers are deleted from the group of P=6n+1, the prime numbers remains therein.

Moreover, the product of 6a+1 and 6b+1 can be expressed in the form of P=6n+1 as follows.
$(6a+1)x(6b+1)=36ab+6a+6b+1=6(6ab+a+b)+1=6n+1$

For example, Figure 2 shows how to delete composite numbers.

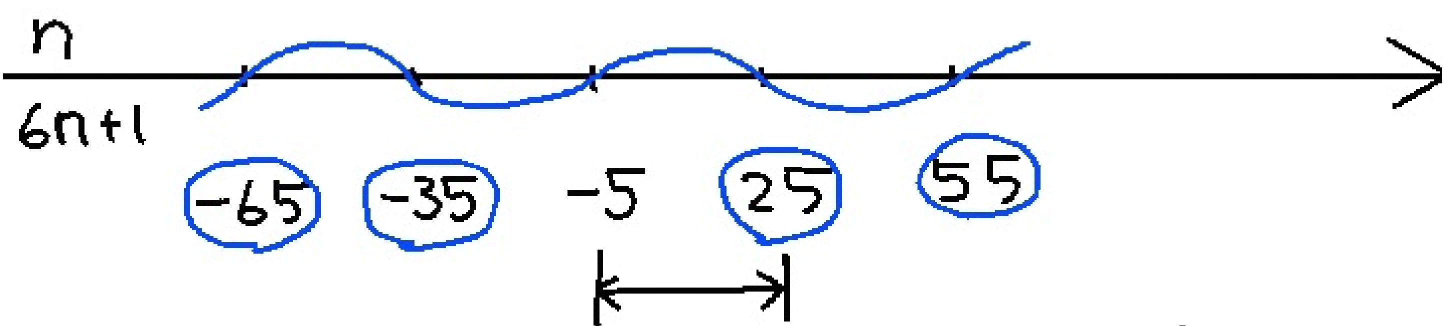
Figure2

Figure2 : The Prime number 7 and its multiples



Frequency : $6 \times 7 = 42$

One more example : The prime number −5
and its multiples



Frequency : $6 \times |-5| = 30$

$-5 \times -11 = 55$
$-5 \times -5 = 25$
$-5 \times 7 = -35$
$-5 \times 13 = -65$

The multiples appears
with a frequency.

Prime number sum-up function PI( )

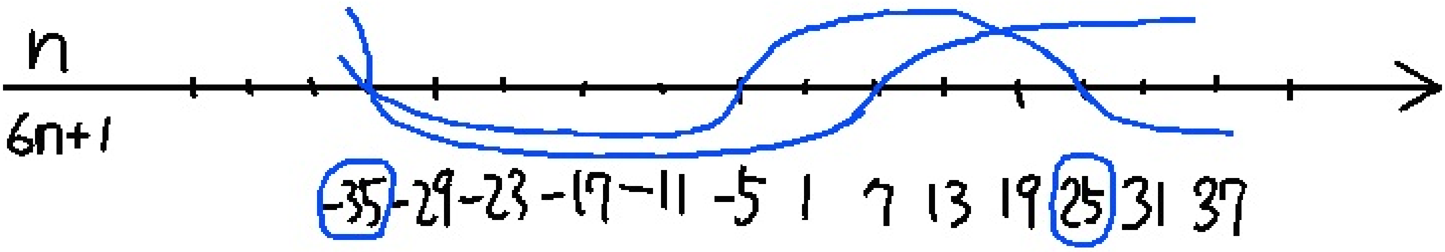
The following steps show how to find the result for the prime number sum-up function PI().

Step1: Decide P=6n+1;
Step2: Sum up the number of the 6n+1 type numbers between -P+2 and P on the number line;
Step3: Sum up the number of the composite numbers between -P+2 and P on the number line;
Step4: Substract the number obtained in Step 3 from the number obtained in Step2;
Step5: Substract the number of the unit from the number obtained in Step4;
Step6: Add the number of the prime numbers 2 and 3 to the number obtained in Step5;
This result is PI().

Figure 3 shows a sample calculation.

Figure3

Figure3: $\pi(37) = N$



Step1: $P = 37$

Step2: 13 (-35, -29, -23, -17, -11, -5, 1, 7, 13, 19, 25, 31, 37)

Step3: 2 (-35, 25)

Step4: $13 - 2 = 11$

Step5: $11 - 1 = 10$

Step6: $10 + 2 = 12 = \pi(37)$

An idea for the limiting value of PI( )

The multiples apear with frequencies.
So, if such frequencies can be utilized for the sum-up, the strictly correct limiting value of PI() might be able to be obtained.
[End]

後書き

参考文献について：
次の文献を参考にしました.
素数の不思議： 1999年3月18日初版発行
（好田順治著、株式会社現代数学社）
初等整数論： 2000年6月14日初版1刷発行
（H.M.スターク著、芹沢正三、安藤四郎訳、株式会社現代数学社）
なっとくする複素関数： 2000年8月20日第2刷発行
（小野寺嘉孝著、株式会社講談社）

ＣＧ画像について：
制作には次の画像処理ソフトウエアを使用しました.
ArtRage 3 Studio Pro （アンビエント社）
Photoshop Elements 10 （アドビシステムズ株式会社）

著者について：
茜町春彦（あかねまちはるひこ）と申します.
2004年より活動を始めたフリーランスのライター＆イラストレーターです.　作品が社会の進歩に多少なりとも寄与することを願いながら、日々制作を行なっています.

（2013年7月　茜町）

数学エッセイ（素数：6n+1）

http://p.booklog.jp/book/74911

著者 : 茜町春彦
著者プロフィール：http://p.booklog.jp/users/akaneharu/profile

感想はこちらのコメントへ
http://p.booklog.jp/book/74911

ブクログ本棚へ入れる
http://booklog.jp/item/3/74911

電子書籍プラットフォーム : ブクログのパブー（http://p.booklog.jp/）
運営会社：株式会社ブクログ