数学エッセイ

茜町春彦

素数：2^m+3^n

2^m \ 3^n	3	9	27	81	…
2	5	11	29	83	…
4	7	13	31	85	…
8	11	17	35	89	…
16	19	25	43	97	…
32	35	41	59	113	…

タイトル：数学エッセイ（素数：２＾ｍ＋３＾ｎ）

著者：茜町春彦

前書き

対象となる読者について：
大学で数論・情報理論などを履修した人、若しくは素数に興味のある人を想定しています.

本稿の目的について：
素数についてのアイデアの提供です.
53を除外して、100以下の素数は、2の累乗と3の累乗の和または差の形に表わすことが出来ることを確認しました.
5=2+3
7=2x2+3
11=2+3x3
13=2x2x2x2-3 などです.
このことが100を超える素数についても、つまり全ての素数についても成り立つのかどうか、を考えてみたいと思います． その為に問題を二題出題しますが解答は用意できていません．今後とも私の力では解けないだろうと思っています．各自で考えてください.

問題

概要：

2の累乗と3の累乗の和または差をパソコンを使い単精度でプログラミングして計算した範囲では、差が53となる自然数 m、n の組は発見できませんでした．

倍精度で計算すれば見つかるのか、それとも、そのような自然数 m、n は存在しないのか、分かりません．

それで、次の問いをたててみました．

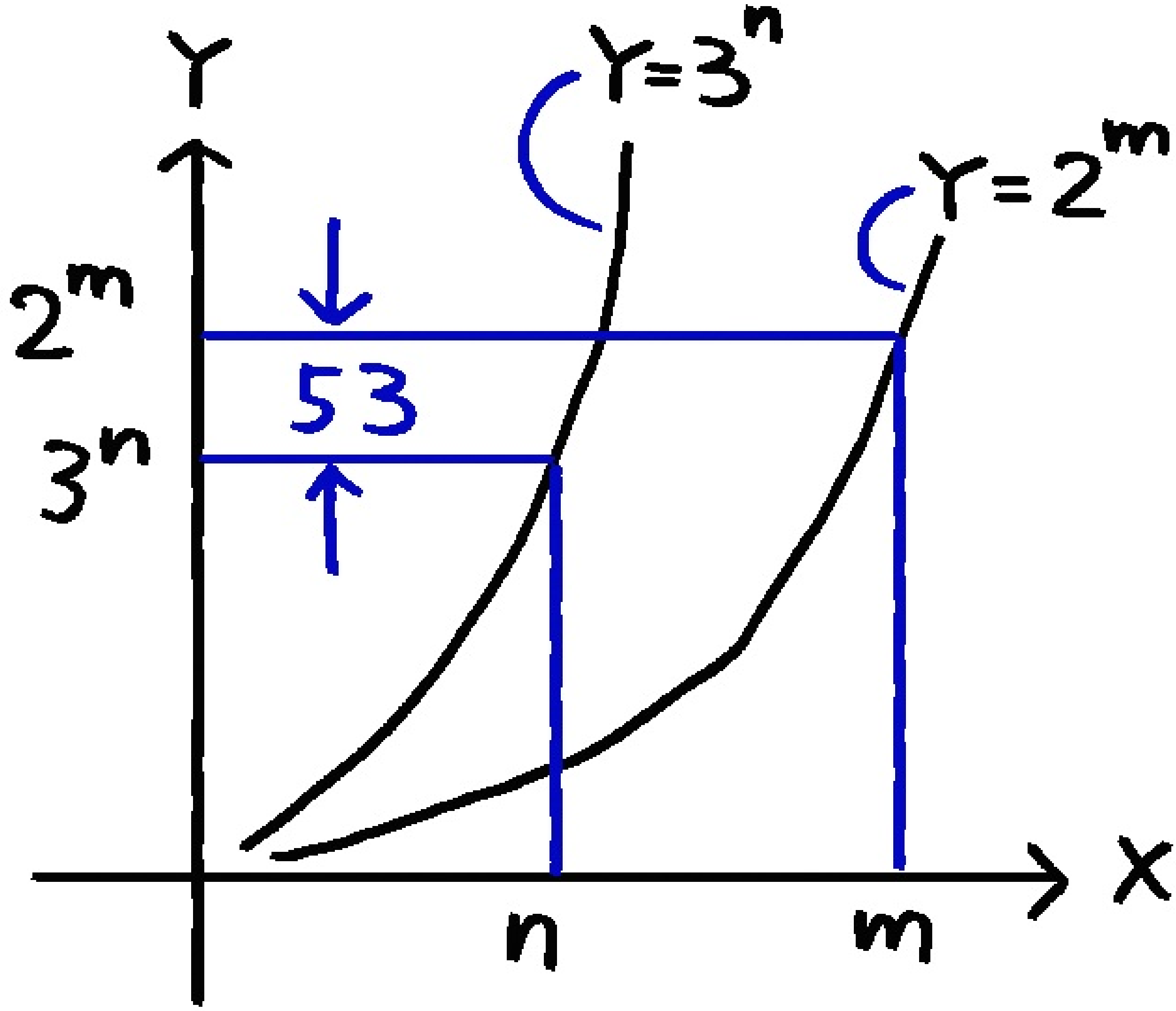
第一問：

53 = abs(pow(2,m) - pow(3,n)) を満たす自然数 m、n は存在するのでしょうか？

ここで、abs( ) は絶対値を計算する関数とします．例えば、abs(-35)=35 です．

また、pow( ) は累乗を計算する関数とします．例えば、pow(2,5)=2x2x2x2x2=32 です．

図1



$53 = |2^m - 3^n|$

m, n は自然数(1, 2, 3, 4, …)

従って $m \neq 0$, $n \neq 0$ とします.

問題

第二問：
全ての素数は2の累乗と3の累乗の和または差の形に表すことができるのでしょうか？
数式で言えば、
P=pow(2,m)+pow(3,n)
または、
P=abs(pow(2,m)-pow(3,n))
の形で表わすことは出来るのか、どうかと云うことです．ただし、素数2と3は例外とします．
また m、n は自然数とします．つまり2のゼロ乗、3のゼロ乗は考えない事にします．

全くの余談ですが、P=2^m+3^n と P=2^m-3^n と P=6n+1 は、2でも3でも割り切れません．
例えば、 2^m+3^n = not Zero (mod 2) です．（合同記号の代わりに等号を使いました．）

表1：$P=2^m+3^n$

2^m \ 3^n	3	9	27	81	…
2	5	11	29	83	…
4	7	13	31	85	…
8	11	17	35	89	…
16	19	25	43	97	…
32	35	41	59	113	…
64	67	73	91	145	…
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	

m,nは自然数とします。例えば
$2^0+3^0=2$ とか $2^1+3^0=3$ などは
考えないと云うことです。つまり、
素数の2と3は例外として
扱います。

表2: $P = |2^m - 3^n|$

$2^m \backslash 3^n$	3	9	27	81	…
2	1	7	25	79	…
4	1	5	23	77	…
8	5	1	19	73	…
16	13	7	11	65	…
32	29	23	5	49	…
64	61	55	37	17	…
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	

m, n は自然数とします、例えば
$|2^2 - 3^0| = 3$ とか $|2^0 - 3^1| = 2$ などは
考えないと云うことです. つまり、
素数の2と3は例外として
扱います.

English version

Title: An idea on prime numbers (2^m+3^n)
Author: Akanemachi Haruhiko
Target of readers: Peple who have interests in prime numbers.
Purpose of this e-book: Presentation of an idea for prime numbers.

Regarding the prime numbers under 100, I have assured that the prime numbers can be expressed in the form of the sum or the different in the power of 2 and the power of 3. (However, I could not find it for the prime number 53.)
For example,
5=2+3;
7=2x2+3;
11=2+3x3;
13=2x2x2x2-3
and so on.
This might be applicable to the prime numbers over 100. In this regard, I show you two questions as mentioned below. But I cannot give you the answers, because of my low ability. Please find them by yourself, if necessary.

Question

Question1:

Find a pair of natural numbers for m and n which satisfy the following equation;

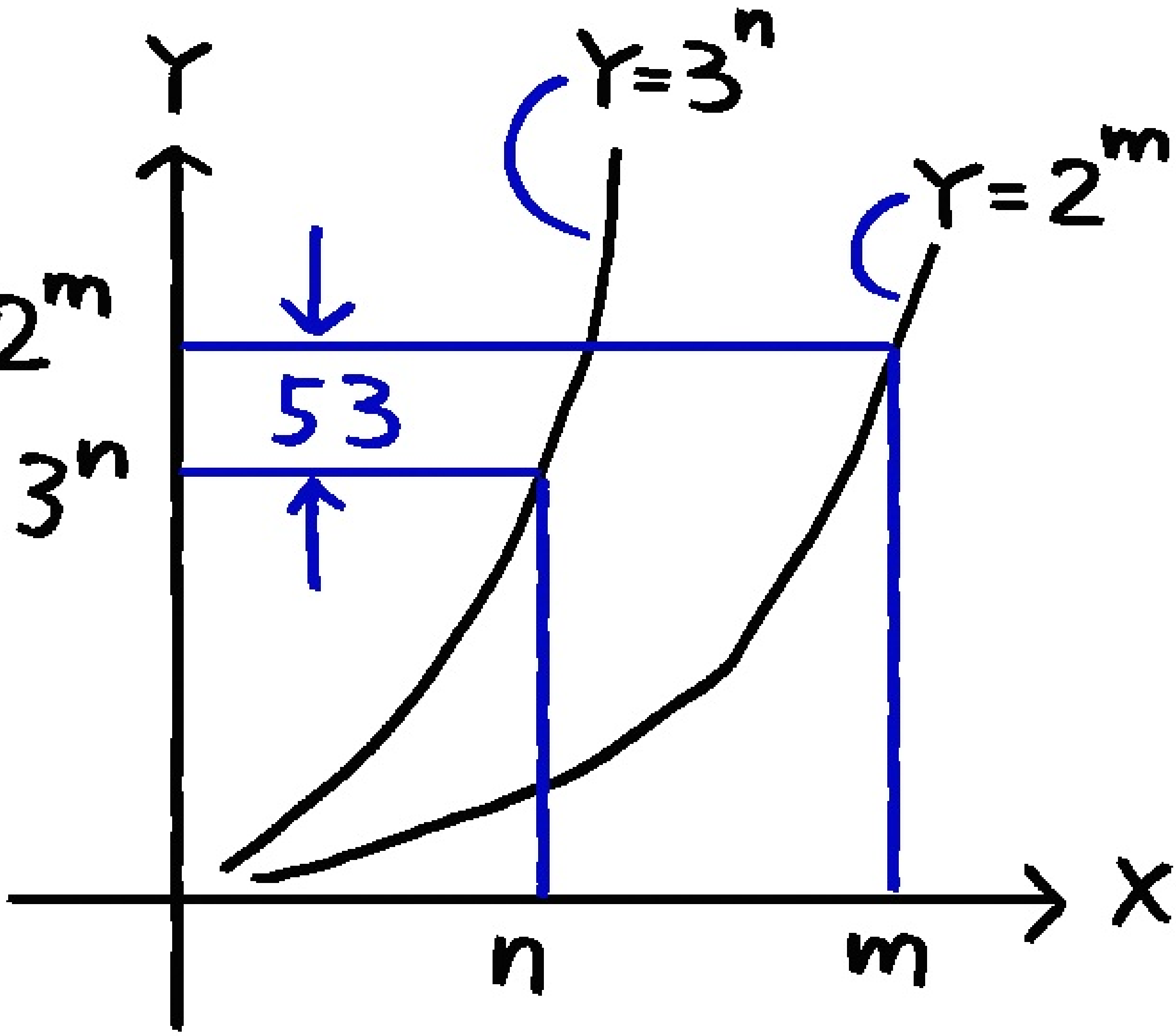
53 = abs(pow(2,m) - pow(3,n))

Otherwise, clarify that such a pair of natural numbers does not exist.

abs( ) is the function for calculating the absolute values, and pow( ) is the function for calculating the power. For example, abs(-35)=35 and pow(2,5)=2x2x2x2x2=32.

Figure

Figure1



$53 = |2^m - 3^n|$

where m and n are natural numbers.

Question

Question 2:

Show that all prime numbers can be expressed in the form of either P=pow(2,m)+pow(3,n) or P=abs(pow(2,m)-pow(3,n)). Otherwise, clarify that such expression cannot be made. However, the prime numbers 2 and 3 are excepted.

Moreover, m and n are nutural numbers, and so, pow(2,0) and pow(3,0) should not be considered.

Incidentally, I would like to say;

2^m+3^n = not Zero (mod 2);

2^m+3^n = not Zero (mod 3);

2^m-3^n = not Zero (mod 2);

2^m-3^n = not Zero (mod 3);

6n+1 = not Zero (mod 2);

6n+1 = not Zero (mod 3);

the sign "=" means congruity.

For reference

Table 1: $P = 2^m + 3^n$

$2^m \backslash 3^n$	3	9	27	81	…
2	5	11	29	83	…
4	7	13	31	85	…
8	11	17	35	89	…
16	19	25	43	97	…
32	35	41	59	113	…
64	67	73	91	145	…
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	

m and n are natural numbers. (The prime number 2 and 3 are treated as an exception.)

For reference

Table 2: $P = |2^m - 3^n|$

$2^m \backslash 3^n$	3	9	27	81	…
2	1	7	25	79	…
4	1	5	23	77	…
8	5	1	19	73	…
16	13	7	11	65	…
32	29	23	5	49	…
64	61	55	37	17	…
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	

m and n are natural numbers. (The prime number 2 and 3 are treated as an exception.)

後書き

参考文献について：
次の文献を参考にしました。

素数の不思議：1999年3月18日初版発行
（好田順治著、株式会社現代数学社）
初等整数論：2000年6月14日初版1刷発行
（H.M.スターク著、芹沢正三、安藤四郎訳、株式会社現代数学社）
なっとくする複素関数：2000年8月20日第2刷発行
（小野寺嘉孝著、株式会社講談社）

ＣＧ画像について：
制作には次の画像処理ソフトウエアを使用しました。
ArtRage 3 Studio Pro （アンビエント社）
Photoshop Elements 10 （アドビシステムズ株式会社）

著者について：
茜町春彦（あかねまちはるひこ）と申します。 2004年より活動を始めたフリーランスのライター＆イラストレーターです。 作品が社会の進歩に多少なりとも寄与することを願いながら、日々制作を行なっています。

（2013年7月　茜町）

数学エッセイ（素数：２＾ｍ＋３＾ｎ）

http://p.booklog.jp/book/74875

著者 : 茜町春彦
著者プロフィール：http://p.booklog.jp/users/akaneharu/profile

感想はこちらのコメントへ
http://p.booklog.jp/book/74875

ブクログ本棚へ入れる
http://booklog.jp/item/3/74875

電子書籍プラットフォーム : ブクログのパブー（http://p.booklog.jp/）
運営会社：株式会社ブクログ