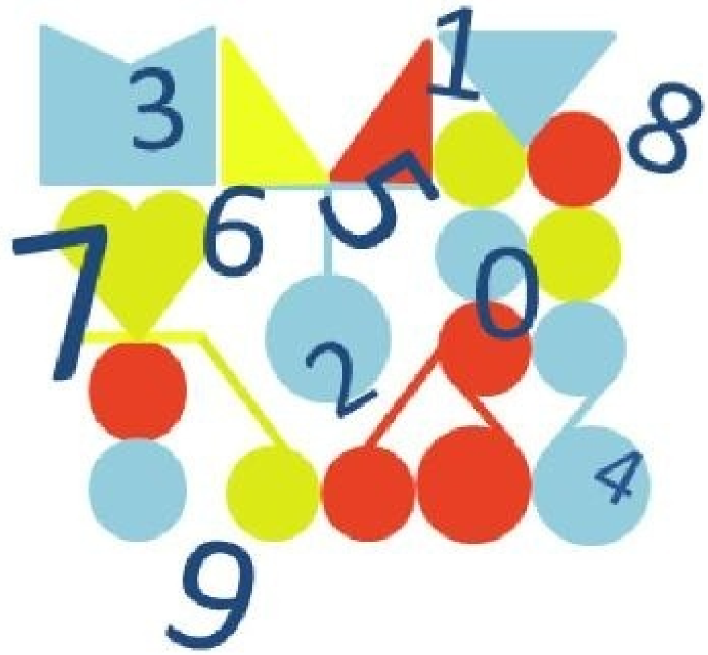
算数解いて頭の訓練シリーズ

Ｎｏ．２２

立体図形ー切り口・展開図・切断



問題

図１のように、底面の直径が4cm、OAの長さが24cmの円すいがあります。

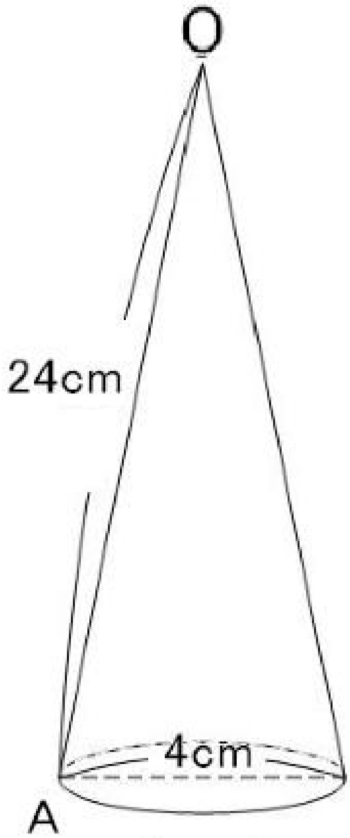


図1

図２、図３、図４のように、それぞれ１本のひもを、ひもの長さが最も短くなるように点Ａ から点Ａ まで巻きつけます。このとき、次の問に答えなさ　　い。

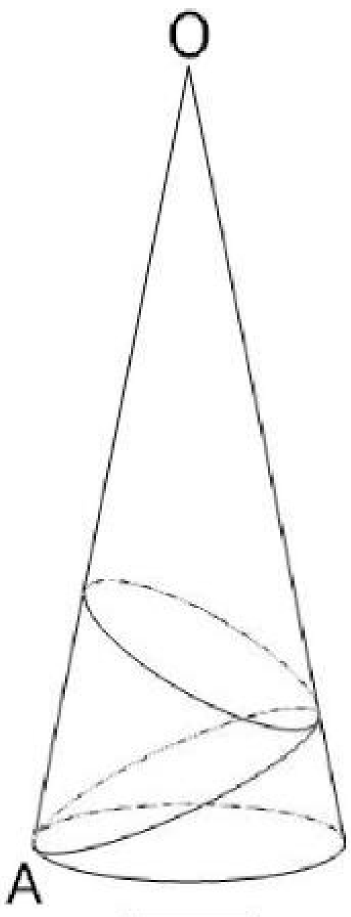


図2

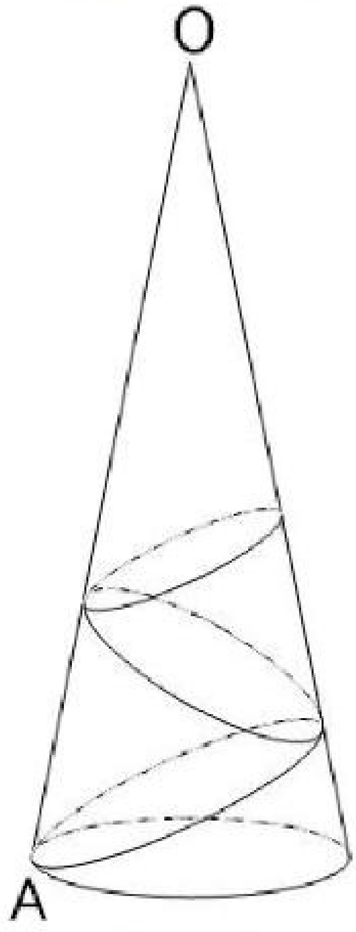


図3

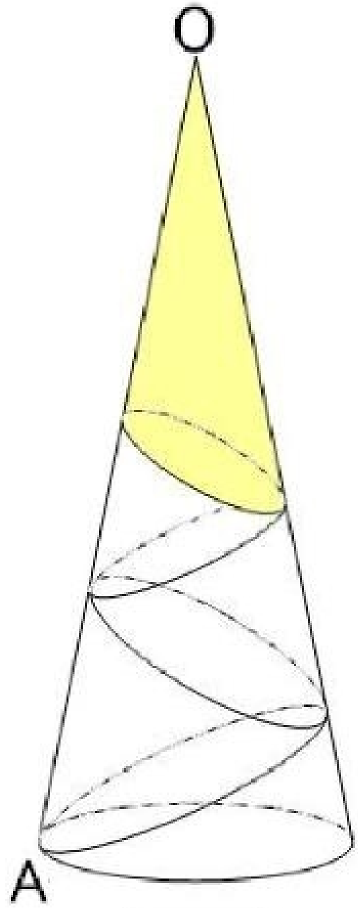
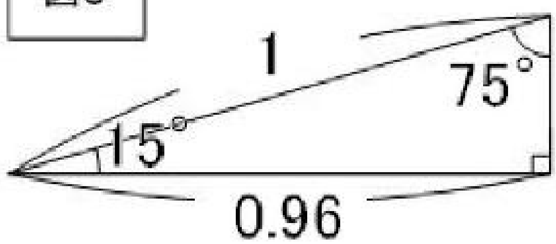


図4

必要な場合は
図5の三角形を利用しなさい。

図5



問題（1）

図2では、ひもを2回巻きつけてあります。そのひもの長さを1辺の長さとする正方形の面積を求めなさい。

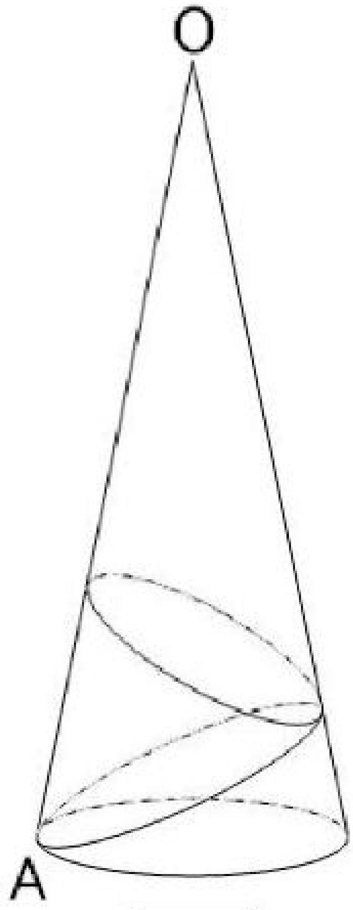


図2

解答（1）

下の図6のように、ひもを1回巻きつけたとき、

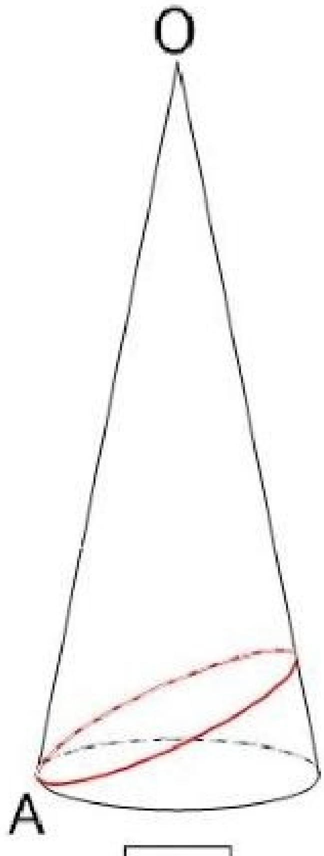


図6

ひもが作る線は、図7の展開図の扇形のAA’の線になります。

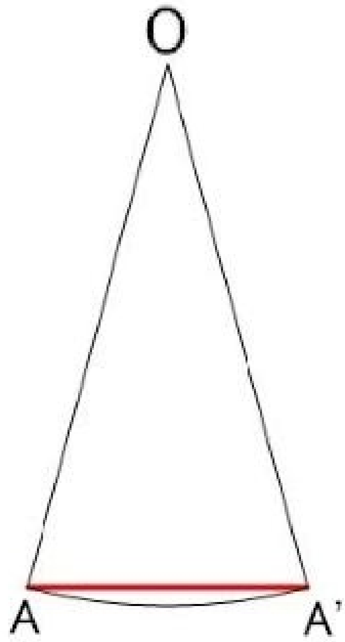
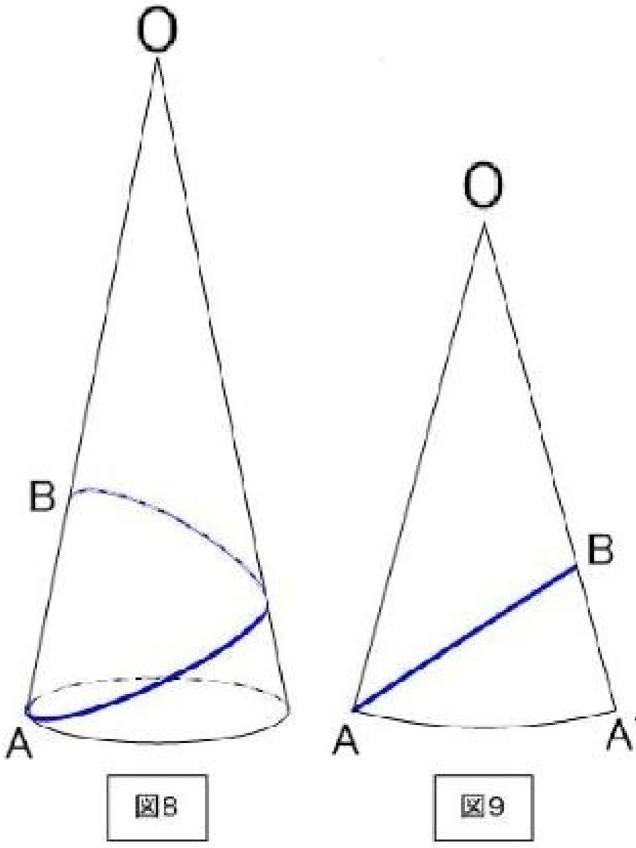


図7

では、図2のようにひもを2回巻きつけると、どのような線になるか

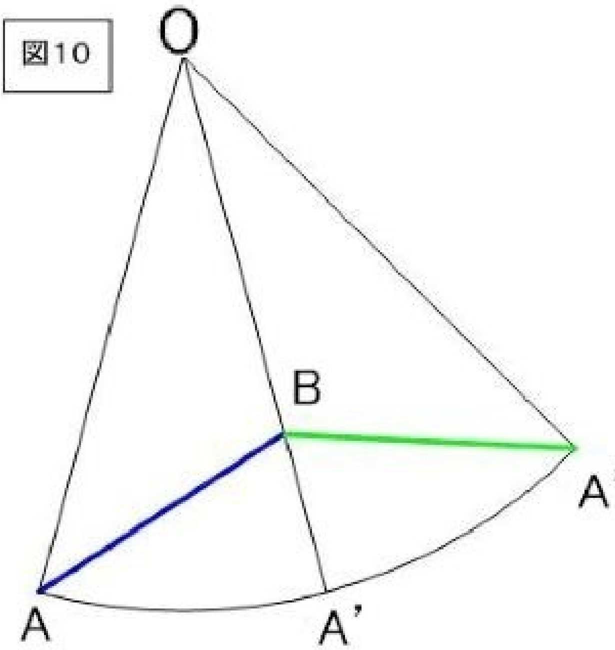
考えてみましょう。

まず図8のように、ひもを1周まで巻きつけ、半分の点Bまでひもを巻いたとき、ひもが作る線は図9のように



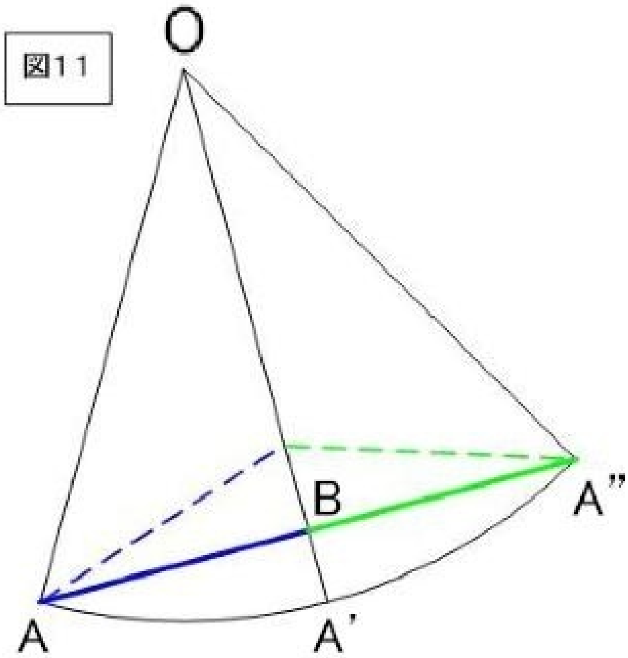
直線ABとなるのが最短です。
（ただし、点Bの位置は不明です）

次に、点Bからひもを一周させて点Aに戻さなくてはなりません。
戻るときにできる線も、直線ABと同じ長さが最短です。
　図１０のように、扇形ＯＡＡ’を２つ並べるのが”ミソ”です。



すると、点Ｂから点Ａへ戻るときの線は、
図１０の緑の線となり、
Ａ→Ｂ→Ａ”の順にひもを巻きつけたこ
とがわかります。
さて、ひもの長さが最短になるように巻
くということは、
すなわち、ＡＢの長さ＋ＢＡ”の長さの
和が最も短くなるように
点Ｂを定めればよいことになります。

図10を参考にして考えると、図11のように点Bは、



AA”とOA’の交点の位置とき、AB＋BA”の長さの和が最短です。

角AOA’について、角度を□度とすると、
２４×２×３．１４×□/３６０
＝４×３．１４ より、□＝３０°
とわかります。

よって、図１１の三角形OAA”は正三角形ということになり、
ひもの長さAA”＝OA＝２４cm と求められ、ひもの長さを１辺の長さとする正方形の面積は、

２４×２４＝５７６cm^2 です。

問題（２）

図３では、ひもを３回巻きつけてあります。そのひもの長さを１辺の長さとする正方形の面積を求めなさい。

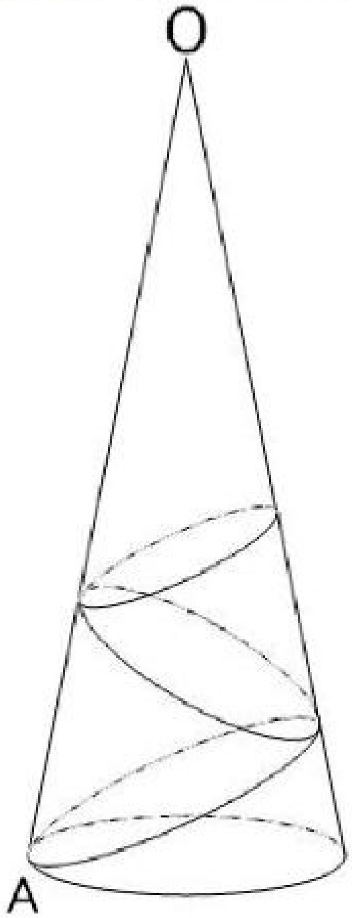
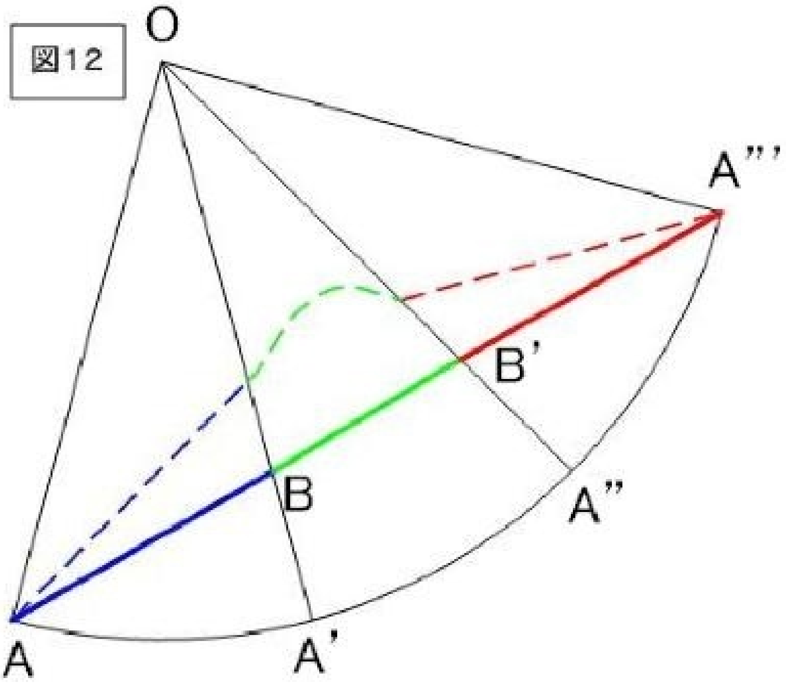


図３

解答（2）
解答（1）と同様に考えると、図3では、
ひもはA→B、B→B、B→A
の順に3回巻きつけてあるので、図12
のような線を作ります。



このとき、A，B，B’，A”’の4点が一直線になるとき、AB＋BB’＋B’A”’の長さの和は、最も短くなることがわかります。

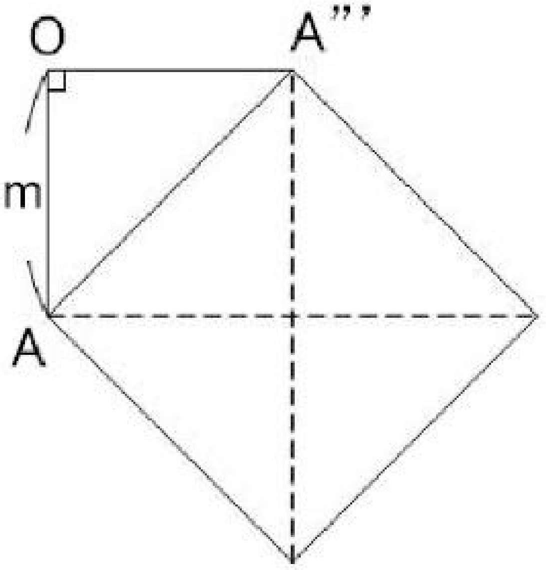
角AOA’＝30°なので、角AOA”’＝90°とわかり、
三角形AOA”’は直角二等辺三角形なので、ひもの長さAA”’を1辺とする
正方形の面積は、下の図13のように、

三角形OAA"' の面積の4倍に等しく、

$24 \times 24 \div 2 \times 4 = 1152$ ㎠

となります。

図13



問題３

問題（3）

図4では、ひもを4回巻きつけてあります。円すいの側面積のうち、一番上にあるひもより上の黄色い部分の面積を、四捨五入して　小数第一位まで求めなさい。

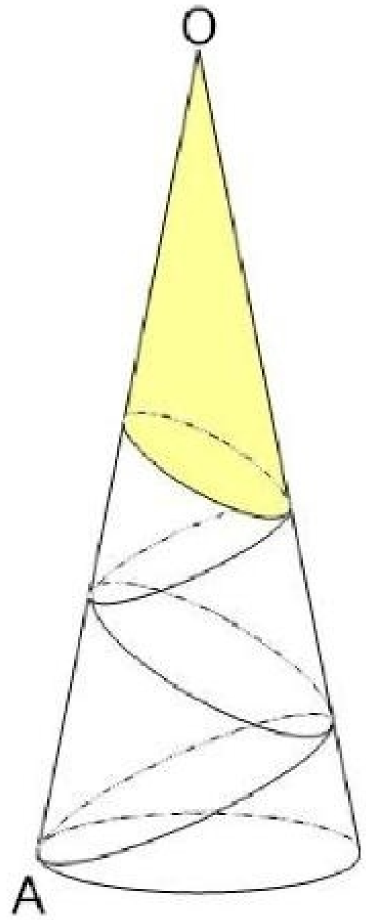


図4

解答（3）

図4のように、4回巻きつけたひもの長さは、図14のように、A→B，B→C，C→B’，B’→A””と一直線になるときが最短です。

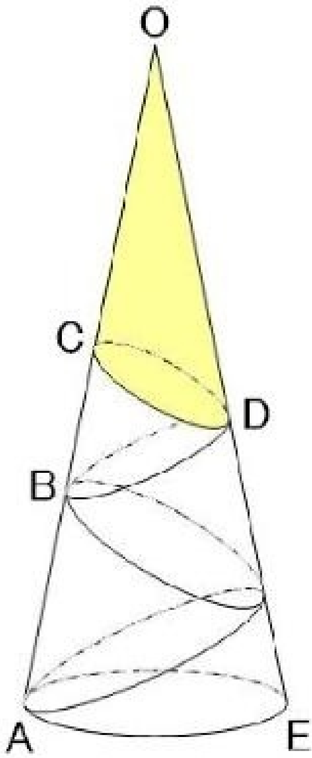


図4

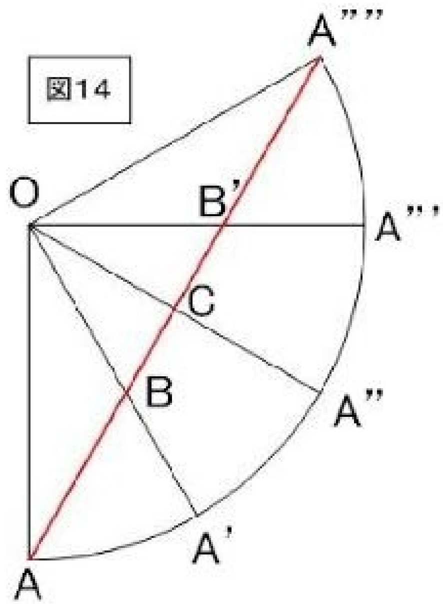
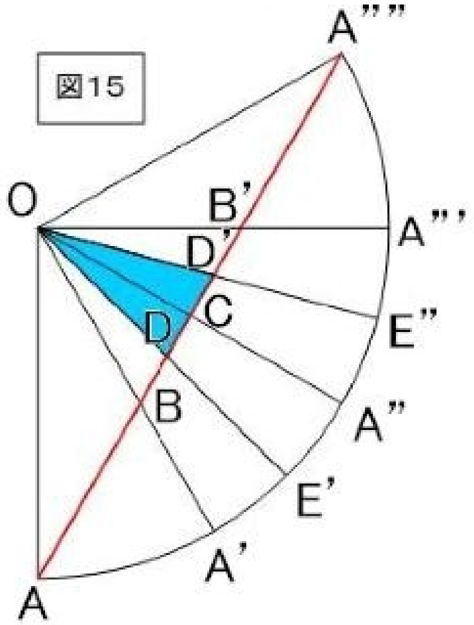


図14

求める側面積の部分は、図4で、ひもを点D→点C、点C→点D を
巻きつけたところより上の部分で、図示すると図15のように、



青い三角形ODD’となります。
（E’，E”はA’A”、A”A”’ の真ん中、
D，D’はOE’，OE”とAA””との交点）

図15において、三角形OACは正三角形の半分の直角三角形なので、
OC＝OA÷2＝12cm、
OD＝OD’の長さは、
図5より、OC：OD’＝0．96：1なので、
OD＝12÷0．96＝12．5cm
と、それぞれ求められます。
次に求めたいのは、DD’の長さです。

三角形ODD’は、三角形OE’E”と相似で、三角形OE’E”は、三角形OAA’と合同なので、AA’の長さを求めると、

図１６のように、AからOA’に垂線AFを下ろすと、AF＝24÷2＝12cmです。

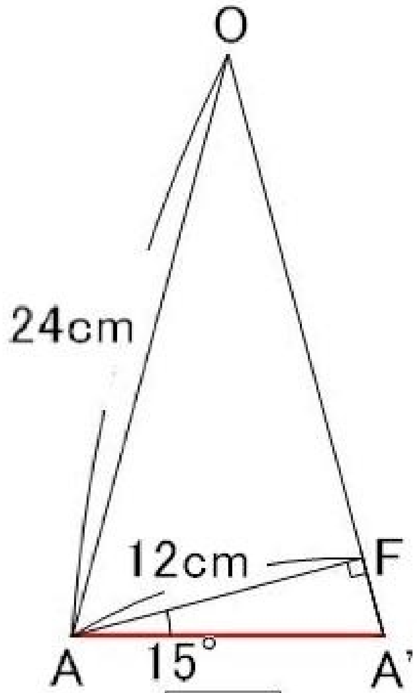
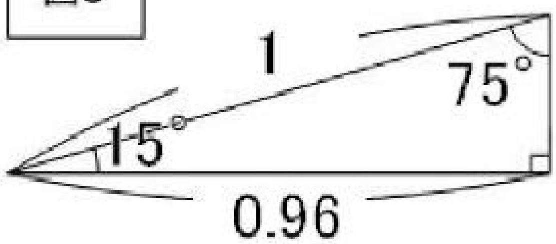


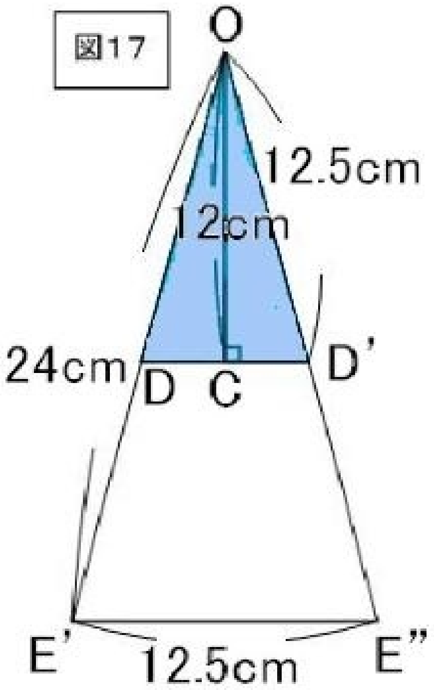
図16

三角形AFA'は、図5の三角形と相似なので、AA':AF＝1:0．96 より、AA'＝12÷0．96＝12．5cm と、求められます。

図5



よって、下の図17のようになり、



DD’:E’E”＝OD:OE’より、
DD’＝12．5×12．5÷24（cm）なので、求める三角形ODD’の面積は、
DD’×OC÷2より、

12．5×12．5÷24×12÷2

＝12．5×12．5÷4＝39．0625

≒39．1㎠ となります。