コラッツ予想に関する、個人的覚え書き

目次

コラッツ予想とは何か？

1

コラッツ予想とは、その名の通り、ローター・コラッツ（１９１０年〜１９９０年）という数学者が提起した、数学の未解決問題の一つです。３n+１問題とも呼ばれています。

他の数学の未解決問題と比べると、はるかに分かりやすい（数字パズルみたいで、小学生でも理解できる）内容なのですが、そのシンプルさゆえ、逆に解決していないようです。このコラッツ予想を証明する事は不可能だとすらも言われています。（その為、コラッツ予想の証明には、けっこうな額の懸賞金も出ています）

では、コラッツ予想（３n+１問題）がどんなものなのかと言いますと、wikipediaの文章をまるまる引用いたしますと、次のような数字の性質のことを指します。

―――――

任意の正の整数 n に対して、以下で定められる操作について考える。

n が偶数の場合、n を 2 で割る

n が奇数の場合、n に 3 をかけて 1 を足す

このとき、「どんな初期値から始めても、有限回の操作のうちに必ず 1 に到達する（そして 1→4→2→1 というループに入る）」という主張が、コラッツの予想である。

―――――

ほんとは、もっと細かい数式とかも存在するようなのですが、初心者が扱うにあたっては、これだけの内容で十分です。簡単な例題をやってみましょう。

もっとも小さな分かりやすい数字で、「３」を上記の数式に当てはめてみます。

３は奇数ですから、この数式ですと「３ Œ ３ + １」となり「10」という答えが導き出されます。

この 10 を、さらに、この数式にかけます。10 は偶数ですから、２で割って、「５」に変わります。

今度は、この奇数の５を数式に当てはめて、「５ Œ ３ + １」で「16」に。

偶数の 16 を２で割って「８」に。さらに、この偶数の８も２で割ると「４」に。この４を２で割り、「２」になったところを、もう一度、２で割ると「１」になってしまいます。

つまり、これが、この数式の性質です。同じように、どんな数字（ 正の整数に限る ）を、この数式で計算してみても、最後は「１」になると言うのが、コラッツ予想なのです。

いかがでしょうか。

シロウトの目で見たら、そんな難しい数式の理論ではなく、当たり前の話のようにも感じられませんか。しかし、いざ、この数式の正しさを証明しようとすると、偉大な数学の博士たちでも歯が立たず、莫大な大きな数字の立証に関しては、コンピューターで計算させるしかないと言うシロモノらしいのであります。

2

コラッツの数式に当てはめていくと、なぜ、全ての正の整数が（多分）1にたどり着いてしまうのかは、数学のシロウトでも、なんとなく、その仕掛けが想像（イメージ）できるのではないかと思います。

このコラッツの数式は、要するに、「割る2」と「Œ 3」と「+ 1」の組み合わせなのです。（だから、別の呼び方が「3 n+ 1問題」）正の整数の中では、もっとも小さい、言い換えれば、自然数の基礎とも言うべき三つの数字です。よって、この三つの数字を色々と組み合わせれば、それ以上の大きな整数は、どの数字だって作り出せるのが当然のはずなのです。それは、逆も意味しています。これらの三つの数字を上手に使えば、あらゆる整数を1にまで分解してしまう事も可能な訳です。

コラッツの数式の場合は、「割る2」と「Œ 3」の組み合わせが実に絶妙です。一見、「Œ 3」ばかりが続けば、「割る2」が追いつかず、数は巨大化していくばかりのようにも感じられますが、ここに「偶数は2で割って、奇数はŒ 3 + 1」という条件がついています。

偶数を計算したあとは偶数にも奇数にもなりますが、奇数の計算のあとは必ず偶数になってしまうカラクリなのです。つまり、確率的には、絶対に偶数の出現率の方が多くなるのであり、ゆえに、偶数の「割る2」の回数の方が奇数の「Œ 3」の回数の方を上回る事になるのです。だから、この計算式を何度も繰り返せば、割る事の方が多くて、いずれは、最小の1にまで割れてしまうという理屈になるのです。

ここで、ひそかに重要な要素となっているのが「+ 1」です。この「+ 1」は、奇数を偶数に変える役目も果たしていますが、同時に、元の数字を1ずつ、ずらしていく効果も持っています。このように、1ずつ、ずれてゆく事によって、掛け算と割り算だけでは1には成らない数でも、少しずつ微調整された末に、やがては1にたどり着いてしまうと言う仕組みなのです。

コラッツの数式の構造は、言葉で説明すれば、ざっと、こんな感じなのですが、残念ながら、これだけでは、コラッツ予想を証明した事にはなりません。数学の世界には「なんとなくイメージでは」という妥協は存在せず、正解は具体的な形にしなくてはいけないからです。

つまり、以上の解説を証明したければ、それを立証した数式を構築するか、あるいは、完全に証明してみせた過程を提示しなくてはいけません。この簡単なコラッツの数式が、いまだに誰にも解明された事になっていないのは、この証明の部分が厄介だからなのです。

3

コラッツ予想の証明方法で、「完全に証明してみせた過程を提示する」というのは、つまりは、「全ての整数をコラッツの数式にかけてみて、１になるのを確認する」という事です。

もちろん、数（ 整数 ）は無限に存在するのですから、このような事は永遠に実現しません。コンピューターを使って、２の68乗（ ２垓９５１４京７９０５兆１７９３億５２８２万５８５６ ）までの数が、コラッツの数式できちんと１になる事が確認されているらしいのですが、それでもなお、コラッツ予想が証明された事にはなっていないのです。

続いて「コラッツ予想を立証する数式」ですが、こちらも、まだ誰も発見してはいないようです。コラッツ予想の解説ページを見ると、ベテランの数学者が過去に作り上げた各種の数式を見かけますが、それらはコラッツの数式の特徴を数式化したものであって、「最後が１になる事」の証明式ではないらしいです。私の無知ぶりが露呈してしまいますので、この辺に関しては、あまり深くは触れません。

本当の証明にはならないかも知れませんが、コラッツの数式における数字どうしの関連性（ つながり ）をグラフにしてみるという試みもあります。こちらも、コラッツ予想の解説ページを見ると、いろいろな形のグラフを目にする事ができます。

結論は一つのはずなのに、コラッツの数式の計算結果は、さまざまなバリエーションのグラフに直して、書き出せるらしいのです！

そうして描かれたコラッツの数式のグラフは、たいがいが、数の分岐の仕方が、まるで生物の進化系統樹のようになっています。過去に提示されてきたコラッツの数式のグラフのほとんどが、そんな形に描かれています。

大自然の摂理（ 進化系統樹 ）とソックリだなんて、なんだか、数字という概念も自然の一部である事を、あらためて実感させてくれるのです。

コラッツの数式のグラフを書いてみよう

1

　コラッツの数式のグラフを、実際に自分で書いてみながら、読み解いていく事にしましょう。
　このグラフ内における数字の配列は、要するに、コラッツの数式に当てはめた数字がどんどん変わっていく順番を示しています。
　私は、すでに、前章で、「３」の数字をコラッツの数式で計算してみました。この計算の結果を、そのまま並べてみると、こんな感じになります。

３、10、５、16、８、４、２、1

　これで、まずは一本の数列が完成した事になります。

　お分かりのように、「３」を計算した事で、途中にある「10、５、16、８、４、２」の計算も済んでしまいました。
　さて、小さな数字から片っ端から計算していくとなると、次は「６」の計算となるのですが、「６」は「３」の数列の一つ前にくっつくだけなので、特に気にする事もないでしょう。
　続く「７」が、やや長めの数列となります。

７、22、11、34、17、52、26、13、40、20、10、５、16、８、４、２、1

　しかし、皆さんもお気付きになったかも知れませんが、実は、この「７」の数列ですけど、「10」より下は、「３」の数列とピッタリ重なっているのであります。
　だから、グラフに直しますと、「３」と「７」の数列は繋ぎ合わせる事が可能です。そうやって、結合してみせたのが、次の配列です。

7

22

11

34

17

52

26

13

40

20

10-３-6

5

16

8

4

2

1

　すでに登場している数は計算済みと見なして飛ばしていき、次の新しい数字「９」は「７」の少し先、「12」も「６」の一つ前にあります。「15」も「40」のやや先の方にあるので、これも追加しちゃいましょう。

9

28

14

7

22

11

34

17

52

26

13

40-80-１６０-53-１０６-35-70-23-46-15

20

10-３-６-12

5

16

8

4

2

1

　こうして、最初は一本線だったグラフも、計算が終わった数字を追加する度に、じょじょに分岐しだしました。
　すでに登場している数は飛ばしながら、このまま、新しい数をどんどん付け加えていきましょう。

18

9

28

14

7

22-44-88-29-58-19-38-76-25

11-22

34

17

52

26

13

40-80-１６０-53-１０６-35-70-23-46-15

20

10-３-６-12-24

5

16-32-64-21

8

4

2

1

　これで、「26」までの数字が出揃った事になりました。分岐もかなり増えてきたようです。
　次の「27」は、「46」のずっと先の方に（「15」とは枝分かれして ）存在しているのですが、この「27」がちょっと厄介な存在なので、ここには書き足しません。
　とにかく、コラッツの数式をグラフ化すると、こんな感じで、数が増えるほど分岐していき、やがては、前述したような進化系統樹のごとき見た目へと仕上がっていくのです。

２　（「27」の問題 ）

コラッツ予想に初めて触れた方とかは、私のここまでの説明を読んでみて、なんだか、コラッツの数式の法則性やパターンが掴めてきたようにも感じられたかも知れません。

確かに、ここまでの小さな数字ですと、分岐の仕方も単調であり、意外と簡単に解けそうなルールで、それぞれの数字が配置されていそうにも思えてしまいます。

ところが、（ 前項でも少し触れましたが ）次の数字「27」で、コラッツの数式は、いきなり、あらぬ方向に進んでしまうのです。

この「27」なのですが、「１」まで分解する為には、実に１１１回もの計算を必要とするのであります。

しかも、以降の数字の全てが、こんな膨大な計算数を必要としている訳なのでもなく、続く「28、29、30」は再び 20 回以内の計算に戻ります。「31」は、また３ケタの計算数になりますが、そのあとの「32」から「40」までの数字は、またまた少ない計算数で済み、中には、１ケタの計算で終わってしまう数字（ 32 や 40 ）も混ざっています。

ならば、飛び飛びで巨大な３ケタ計算の数字がポツンポツンと出現するのかと思いきや、必ずしもそうとも言い切れず、「54」と「55」は２つ続けて３ケタ計算ですし、「71」と「73」は、間に数字一つ（ 72 ）だけを挟んで、どちらも３ケタ計算です。「１０７」から「１１０」までは、３ケタ計算が４つも連続で並びます。

このように、コラッツの数式における数字の配置には、やはり、単純な絶対的パターンが存在していないのであります。少なくとも、現段階では、そのように見えます。

沢山の優れた数学者たちが挑戦しているのにも関わらず、いまだにコラッツ予想が証明されていないと言われるのも、決して伊達ではないのです。

3

　さて、生物の進化系統樹が不確実な偶然によって構築されているのと同様に、（ これまでに提示されてきた ）コラッツの数式のグラフも、数字がただ不確実に羅列しているだけのようにも見えました。
　しかし、そもそもが、こんな進化系統樹のような形のグラフを書いてしまうのは、「コラッツの数式で計算した整数は、最後は１になる」という命題を出発点にしていたからだったとも言えます。
　あるいは、見方を変えれば、コラッツの数式は、全く違う形のグラフにも書き直せるのではないのでしょうか。
　そこで、私は、逆を考えてみる事にしました。

「コラッツの数式で計算した整数は、全て、最後は１になる」

　という事は、言い換えれば、

「コラッツの数式を経由する事によって、全ての整数は繋がっている」

　という意味にもなります。つまり、

「コラッツの数式をグラフにした時、そのグラフ内に、全ての整数を組み込む事ができる」のであれば、
　それは、

「コラッツの数式で計算した整数は、全て、最後は１になる」

　の証明にもなるはずなのであります。これこそは、まさに、コラッツ予想の解決です。
　残念ながら、現時点の進化系統樹のようなグラフでは、とても、その中に全ての整数が組み込まれているかどうかは確認できません。だからこそ、新しい形のグラフが必要となるのです。

4

前項で、私は、シロウト発想で、

「コラッツの数式のグラフの中に、全ての整数を書き込む事ができたら、コラッツ予想の解決となる」

と発言しましたが、このロジックに対しては、首をかしげた方（ 特に、正規な数学者の皆さん ）も多かったのではないかと思われます。

例えば、無限大に広がる数字を、本当に、全て、形あるグラフ内におさめる事ができるのでしょうか。

でも、この点につきましては、10 進法と同じです。

私たちは、実際に書き表さなくても、10 進法によって、全ての整数を表現できる事を知っています。なぜならば、10 進法のルールにのっとれば、どんな巨大な数字であっても、小さな数字と同じルールで書き出せる事が、完全に確定しているからです。だから、実際に書かなくても、無限大の数字も 10 進法で表現できる、と言い切れるのです。

ここで重要なのは、10 進法においては、小さな数字にも大きな数字にも等しく適応できるルールが確立している、という点です。

だから、コラッツの数式のグラフにしても、もし、そこに一定のルールを見出す事ができて、そのルールが明快なまでに小さな数字にも大きな数字にも当てはまり、なおかつ、小さな数字がもれなくグラフ内におさまっているのであれば、無限大の数字も、このグラフ内に確実におさまっている、と考えてもいいのではないかと思うのです。

この件の検証につきましては、本題からだいぶ逸れてしまいますので、いったん横へと置かせていただきます。

続いて、「コラッツの数式のグラフ内に収納されるはずにも関わらず、計算してみると１には到達しない数字もあるのではないか？」と言う疑問があります。

なんだか、ヘンな話にも聞こえますが、実際に、そのような数字の存在が無きにしも非ずで、否定しきれないので、コラッツ予想については、２の 68 乗までの整数が計算され、証明されているのにも関わらず、まだ立証扱いにはしてもらえないのです。

もっとも、コラッツの数式に関して言うならば、もしグラフ内に無事に収納されているようでしたら、その数字がイレギュラーである可能性はまずあり得ないのであります。

なぜならば、コラッツの数式のグラフ内の数字は、完全な数列になっていますので、その数列の外へ違うラインが伸びる事などは、まず考えられないからです。

　もっと具体的に言ってしまいますと、コラッツの数式の数列は、分岐する時は二股しかないのです。三方向に分かれる事すら有りません。もとの数式の仕組みが、そのようになっているのです。
　この点につきましても、いずれ、きちんと説明したいと思います。

　ともあれ、細かい反論もあるかも知れませんが、まずは、コラッツの数式の新しいグラフを書く事が先決です。肝心のグラフが無い事には、そもそもが、話にならないのです。

コラッツの数式の特性

1

　コラッツの数式を実際に自分で計算してみて、恐らく、数学のシロウトの方でも、すぐに気が付いた点があったと思います。それは、
「どの整数の計算でも、最後の１になる手前は、いずれも同じ過程を経ている」という事です。
　あらためて、３と７と 15 の計算経路を並べてみましょう。

「３」３、10、５、16、８、４、２、1

「７」７、22、11、34、17、52、26、13、40、20、10、５、16、８、４、２、1

「15」15、46、23、70、35、１０６、53、１６０、80、40、20、10、５、16、８、４、２、1

　とまあ、10 以降の数字は完全に一致しているのであります。７と 15 は、40 の時点で、もう重なっています。
　でも、これは、別にぜんぜん不思議な話でもないのです。

　そもそも、コラッツの計算式で、答えが１になる為には、同じ計算をするしかないからなのであります。
　具体的に言っちゃいますと、

「答えが１になる計算式は「偶数ｎ割る２」のｎに「２」を当てはめたものしかない」のです。
　他のいかなる整数をｎに当てはめてみても、絶対に１にはなりません。これは、確定した明白な事実なのです。
　では、奇数の計算式「奇数ｎ Œ ３ ＋ １」に何らかの整数を当てはめてみた場合、答えが１になるかと言うと、やはり、こちらも絶対に１になる事はありません。Œ も ＋ も、数字を大きくするだけなので、１になるはずがないのです。

コラッツ予想で使用できる数式は、この二つしかありません。だったら、必然的に、「答えが１になる計算式は「２割る２」しかない」と言う結論が導き出される訳です。

続いて、「答えが２になる」計算式を考えてみましょう。

実は、こちらも「偶数ｎ割る２」のｎに「４」を当てはめたものしか存在しないのであります。他のどんな偶数も、この計算式によって２にはならないのです。

そして、「奇数ｎ Œ ３ ＋ １」の数式からも、２という答えを作る事はできません。最小の（ 整数の ）奇数は１ですので、１をこの計算式に当てはめたのでは、１以上の数にしかならないからです。１が無理なら、他の大きな数字だって、もう絶対に１になるはずがないのであります。

なんだか、ものすごく当たり前のことを書いているように見えるかも知れませんが、この事実は、コラッツの数式を考える上で、とても重要なポイントです。

2

前項の説明で、

「コラッツの計算式の数列の最後部は、絶対に、４、２、１、になる」事が確定しました。

次に「４」を考えてみる事にしましょう。

実は、「４」で、はじめて、偶数と奇数の二つの計算式が活用される事になります。「偶数８割る２」でも４になりますし、「奇数１Œ ３ ＋ １」でも４になるからです。どちらの計算式からでも、「４」という答えは得られるのです。

ここで、「偶数の計算式と奇数の計算式のどちらの計算式からでも得られる数字がある」という事が判明しました。そして、同時に「一つの数字は、最多でも二つの計算式からしか得る事はできない」という定義も確定した事になります。

なぜなら、コラッツの計算で使って良い数式は二つしかないからです。それぞれ（ 偶数と奇数 ）の数式は、当てはめるｎの値が変われば、その答え（ 解 ）も必ず別の数字になります。ならば、同じ数字の答えが得られる可能性は、偶数の計算式と奇数の計算式の答えが一致した場合しかない、という理屈になるのであります。

つまり、これまでは、複雑な進化系統樹のようにも見えたコラッツの数式のグラフですが、実際には、よおく確認しますと、その分岐は常に二股の分岐しか無かったのであります。三方向にすら割れる事はありません。もう、これは、数式の仕組み上の絶対的なルールなのです。

決して難しい事は言ってはいませんし、むしろ、当たり前すぎるような話にも聞こえるかも知れませんが、コラッツの数式の特性を考えるにあたっては、この基礎的な発想を素通りしてはいけません。

と言いますのも、この単純なルールの上に、コラッツの数式のより高次な法則性とかパターンなどが構築されていく事になるからです。

3

　さて、現在、私たちは、コラッツの数式を、１から順番にさかのぼって、分析している訳ですが、ひとまず、「４」まで辿り着く事ができました。「４」の先は２方向に分かれており、片方は８（ 偶数 ）、もう片方（ 奇数 ）は１となっています。
　そもそも、数字「１」が出てきた時点で、すでに話がこんがらがり出しているのですが、ここはひとまず、「８」の方に目を向けて、解析を続けていく事にしましょう。
「８」は、「偶数 8 割る２＝４」によって導き出された数字でした。しかし、振り返ってみますと、これまでの数字だって、
「偶数 4 割る２＝２」

「偶数 2 割る２＝１」

　と、コラッツの偶数の数式を逆算して、見つけ出した数字だったのです。

　でしたら、このまま、偶数の数式ばかりを逆算してゆき、その先にある数字もどんどん繋げてしまいましょう。

１、２、４、８、16、32、64、１２８、２５６、５１２、１０２４、２０４８、４０９６、８１９２、１６３８４・・・

　もはや、コラッツ予想とも関係なく、ただ、２の倍数を次々に倍にしていっただけのようにも見えますが、これはこれで、コラッツの計算の数列としては、成立しているのであります。
　そして、数字が無限である以上、この数列は、永遠に、莫大な数になっても、どこまでも続いていく事になるのでしょう。それだけではなく、この数列に並んだ全ての数字が、その時点で、コラッツ予想の確定数字にも該当した事になるのです。
　過去のコラッツ予想への挑戦者たちは、まず、任意の整数の方を出発点にして、その整数が１まで分解できるかどうかを一つ一つ調べてきましたが、私のやり方では、１から出発して、そこへと辿り着く整数をコラッツ予想の確定数字にと判定していったのでした。

4

ここで、鋭い人でしたら、もう気付いたのではないかと思います。

前回の解説で、私は、まず、２の倍数の数列をコラッツ予想の確定数字にと認定いたしました。でも、これは、ただの一直線の数列でもないのです。
終着点の数字である１と２がある以上は、この２の倍数の数列には、コラッツ予想の確定数字が全て繋がっていなくてはいけません。そして、以前の項で説明しましたが、コラッツの数式の数列は、二股に分岐する形で増えていくものなのです。
つまり、この２の倍数の数列には、確実に、数字の分岐点が存在する事になる訳です。
理屈を並べ立てているよりは、実際に計算してみた方が手っ取り早いでしょう。２の倍数の数列には、こんな風に、分岐した数字がくっついていく事になります。

1

2

４-1

8

16-5

32

64-21

128

２５６-85

512

１０２４-341

2048

４０９６-1365

8192

１６３８４-5461

・

・

・

どの数字に分岐があるかの見分け方も、さほど難しいものではありません。

要するに、コラッツの奇数の数式の逆を試してみればいいのです。「奇数ｎŒ３＋１」の反対、すなわち「(偶数ｎ-１）割る３」の計算式にかけてみるのです。これで、分岐のある偶数ｎならば、きちんと整数の形に割り切れますが、分岐のない偶数ｎの場合は、ぴったりとした整数には割り切れず、つまりは、その数字には分岐がない事が分かるのです。

そして、この段階で、この数字配列における、さらなる法則性に気が付いた人もいたかも知れませんが、しかし、それについては、ひとまず、次章に譲る事にしましょう。

新しいグラフの作成

1

前章で私が作り出した数列を、もう一度、おさらいしておきましょう。

1

2

４-1

8

16-5

32

64-21

128

２５６-85

512

１０２４-341

2048

４０９６-1365

8192

１６３８４-5461

・

・

・

　まずは、数字の分岐が一つ置きに発生している事に、皆さんも気付かれたのではないかと思います。
　恐らく、この法則性は、２の倍数の数列が、このまま、もっと巨大な数になっていっても続いていくのではないかと考えられます。
　もっとも、残念ながら、私のような無能な人間と汎用パソコンの限界では、とても、この法則性を「実際に確認する」という手段では、証明できそうにありません。よって、この「実際の確認」については、どこかの正式な数学者と計算専門のスーパーコンピューターにでも委ねたいと思います。
　代わりに、たったこれだけの小さな数字の配列からだけでも、早くも、次の法則性を発見する事ができます。
　分岐する事によって、新たに出現した数字（ 奇数 ）を、順に並べてみましょう。

１、５、21、85、３４１、１３６５、５４６１・・・

　実は、これらも、何の規則性もない数字の羅列などではなくて、きちんとしたルールに従って、数字が並んでいるのであります。

１を４倍して＋１が、5

５を４倍して＋１が、21

21 を４倍して＋１が、85

と言うように、はっきりした拡大のルールが、この数字（ 奇数 ）の配置には存在していたのです！

ただし、それは、当たり前といえば、当たり前の話なのかも知れません。

これらの奇数の分岐元である偶数も「４、16、64、２５６、１０２４、４０９６・・・」と言うふうに、４倍に増えていっています。そして、この分岐元の数字（ 偶数 ）を奇数に直すに当たって「-１」の処理を施していますので、これらの奇数に「＋ １」が加わるのも、必ずしも、おかしな事ではないのであります。

このように、見方を変えて、１の方から数列を作り直してみれば、「整数ｎを１まで分解していく数列」では分からなかった様々な法則性が、はじめて、具体的な形になって、目に見えてくるのです。

2

前項で作ったグラフを、あらためて、眺めてみてください。

1

2

４-1

8

16-5

32

64-21

128

２５６-85

512

１０２４-341

2048

４０９６-1365

8192

１６３８４-5461

・

・

・

　コラッツの数式を理解されていれば、すぐにピンときてくれると思いますが、この横に突き出た奇数の数字たちも、このまま、右の方向へ、倍数の数列になって、伸びていく事になります。

　書き足しますと、こんな感じです。

1

2

４-１-２-４・・・

8

16-５-10-20-40-80-１６０-３２０-６４０・・・

32

64-21-42-84-１６８-３３６-６７２-１３４４・・・

128

２５６-85-１７０-３４０-６８０-１３６０-２７２０-５４４０・・・

512

１０２４-３４１-６８２-１３６４-２７２８-５４５６-１０９１２・・・

2048

４０９６-１３６５-２７３０-５４６０-１０９２０-２１８４０・・・

8192

１６３８4-５４６1-１０９２2-２１８４4-４３６８8-８７３７６・・・

・

・

・

言うまでもなく、これらの奇数の数列も、どこまでも大きく、無限に続いていきます。

正確には、これで、（ 各奇数の右隣にある偶数の ）10、42、１７０、６８２、２７３０、１０９２２・・・の倍数の数列も、全て、コラッツ予想の確定数字にと加わった事となるのです。

3

前項で出来上がったグラフを、あらためて見てください。

1

2

４-１-２-４・・・

8

16-５-10-20-40-80-１６０-３２０-６４０・・・
32

64-21-42-84-１６８-３３６-６７２-１３４４・・・
128

２５６-85-１７０-３４０-６８０-１３６０-２７２０-５４４０・・・

512

１０２４-３４１-６８２-１３６４-２７２８-５４５６-１０９１２・・・

2048

４０９６-１３６５-２７３０-５４６０-１０９２０-２１８４０・・・

8192

１６３８４-５４６１-１０９２２-２１８４４-４３６８８-８７３７６・・・

・

・

・

２の倍数の数列の時も、横から奇数の分岐が発生しましたように、この右へと伸びている、それぞれの倍数の数列からも、当然のごとく、分岐した奇数が存在している訳です。
書き足しますと、こんな感じになります。

1
2
4、1、2、4・・・
8
16、5、10、20、40、80、160、320、640・・・
・　　3　　13　　53　　213
・
32
64、21、42、84、168、336、672、1344・・・
128
256、85、170、340、680、1360、2720、5440・・・
・　　113　　453　　1813
・
512
1024、341、682、1364、2728、5456、10912・・・
・　　227　　909　　3637
・
2048
4096、1365、2730、5460、10920、21840・・・
8192
16384、5461、10922、21844、43688、87376・・・
・　　7281　　29125
・
・

コラッツ分岐.png

目ざとい人でしたら、これだけを見ても、ハッとしたかも知れませんが、どうやら、横に伸びた数列につきましても、一定の法則に従って、分岐が発生しているようなのであります。

分かりやすく、横の数列の最初の奇数の数字だけを抜き出して、並べてみましょう。

1

5

21

85

341

1356

5461

　最初の「１」は、実質上、縦にある２の倍数の数列と同じものです。それを踏まえて、これらの数列のそれぞれの分岐の仕方を表記してみますと、

１　　　３番目の数字から、一つ置きに分岐

５　　　２番目の数字から、一つ置きに分岐

21　　　分岐なし

85　　　３番目の数字から、一つ置きに分岐

３４１　　　２番目の数字から、一つ置きに分岐

１３５６　　分岐なし

５４６１　　３番目の数字から、一つ置きに分岐

　とまあ、三種類の分岐パターンが、順番に繰り返されているらしいのが、分かるのです。

　もちろん、これは、本当でしたら、もっと沢山の長い数列を作成してみて、それらを実際に検分してみてから、断言すべき結論なのでありましょう。

　しかし、庶民用のパソコンの計算機で、このグラフの巨大なものを作るのは、かなりの労作業であり、あまりにも不向きです。それに、この結論はほぼ確定のはずなのであ

ります。さらには、なぜ、こんな分岐パターンのループになっているのかも、よおく調べていけば、論理的にも説明できるのではないかと思われます。

つまり、私が今作成している、コラッツの数式の新しいグラフとは、そこまで、ち密な計算が全体に行き渡っており、一貫した法則性によって構築されているグラフなのであります。

4

今、私が作成中の、コラッツの数式の新しいグラフは、明らかに、グラフ全体に通用する規則性を持っています。

そして、そうだとしますと、以前に判明しました、２の倍数の数列における法則が、実は、その他の奇数の倍数の数列にも当てはまるのではないか、と言う発想も浮かんでくるのです。

例えば、５の倍数の数列からは、「３、13、53、２１３・・・」の分岐の奇数が発生しました。これらは、計算してみますと、なんと、しっかり、「４倍して＋１」の法則にのっとって、並んでいるのであります！

５の倍数の数列だけではありません。85 の倍数の数列も、３４１の倍数の数列も、５４６１の倍数の数列も、どれもが、「４倍して＋１」の法則に従って、分岐の奇数が並んでいる訳なのであります。

恐らく、グラフ内の数字をもっと増やしてみて、他の奇数の倍数の数列などを調べてみたとしても、きっと、同じ結果が得られる事でしょう。

このコラッツの数式の新しいグラフでは、奇数の分岐の仕方に関して言いますと、統一して、「４倍して＋１」の法則が適用されているようなのであります。

本来でしたら、ここで、実際に大きな数も含まれているグラフを作成してみて、具体的に、この事を確認すべきなのでしょうが、今のところ、私は、そこまでして、この部分を証明する気はありません。最終的な大きなグラフを書く作業は、優秀な計算専門のコンピューターにでも任せておけばいいからです。

それよりも、私の方では、この新しいグラフの構造を、もっと詳しく追求していきたいと思っています。と言いますのも、このグラフには、まだまだ、さらに新しい要素を付け加えていけるからです。

5

ここで、ひとまず、16、５の先に発生した 10 の倍数の数列に注目したいと思います。この 10 の倍数の数列だけを切り取って、縦に並べてみますと、こんな感じになります。

5

10-3

20

40-13

80

１６０-53

320

６４０-213

1280

２５６０-853

・

・

・

お気付きになったと思いますが、この形は２の倍数の数列にそっくりです。と言う事は、すなわち、この横に突き出た奇数たち（ ３、13、53、２１３・・・）からは、さらに右方向へと数列が伸びていく事になります。

5

10-３-６-12-24-48-96・・・
20

40-13-26-52-１０４-２０８・・・

80

１６０-53-１０６-２１２-４２４-８４８-１６９６・・・

320

６４０-２１３-４２６-８５２-１７０４-３４０８・・・

1280

２５６０-８５３-１７０６-３４１２-６８２４-１３６４８・・・

・

・

・

そして、この右に伸びた数列からは、さらに奇数の分岐が発生する事になるのであります。

5
10、3、6、12、24、48、96・・・
20
40、13、26、52、104、208・・・
・　　　　17　　　69
・
80
160、53、106、212、424、848、1696・・・
・　　　35　　　141　　　565
・
320
640、213、426、852、1704、3408・・・
1280
2560、853、1706、3412、6824、13648・・・
・　　　　　　　1137　　　4549
・
・

コラッツ分岐２.png

もはや、説明の必要もないかも知れませんが、奇数の分岐の仕方は、２の倍数の数列の時と、まるで同じなのであります。それぞれの数列の奇数の並び方が「４倍して＋１」の法則にのっとっている点も同じです。

そして、２の倍数の数列と同じなのは、この 10 の倍数の数列だけの話なのではありません。

２の倍数の数列の横には、10 以外の偶数の倍数の数列もありました。すなわち、42 の倍数の数列、１７０の倍数の数列、６８２の倍数の数列・・・などなどです。そして、実は、それらの全てに、10 の倍数の数列と同じことが言えるはずなのであります。つまり、それぞれの数列が、数列の途中に奇数の分岐点を持っていて、その分岐の仕方のルールは全て同一らしいと考えられるのであります。

6　（コラッツの大木）

しかし、それだけでは終わらないのです！

前回は、新たに、10 の倍数の数列を展開してみた訳ですが、この 10 の倍数の数列からも、17、69 などの奇数の分岐が発生しました。

そうなりますと、これらの分岐した奇数（17、69・・・）からも、34、１３８・・・などの偶数の倍数の数列が新しく伸びていく事になるのであります。

これらの新しく登場した偶数の倍数の数列も、２や 10 の倍数の数列みたいに、さらに延長させていく事が可能です。さらには、これらの数列から、またまた、新たな奇数の分岐や、そこから伸びる偶数の倍数の数列が発生する事になるのであります。

まさに、私が提示したグラフでは、このような数字の連鎖が、ひたすら、永遠に続く事になるのです。そうやって、巨大に膨れ上がる事によって、どんどん、違う数字も巻き込んでいくのであります。

そして、数字は無限に存在しているのです。だから、このグラフの拡大も、どこまでも終わる事はありません。えんえんと伸びていき、全ての数字を組み込んで、なおかつ、特定の規則性は守った上で、巨大化していくだろうと考えられるのであります。

この仕組みを、私は、木の伸び方に例えてみたいと思います。

偶数の数列が、木の幹や枝です。奇数が木の芽になります。

まずは、２の倍数の数列という、太い幹があります。そこから、５や 21 や 85 といった、奇数の芽が生えているのです。これらの奇数の芽は、枝となって伸びていきます。10 や 42 や１７０といった偶数の数列の枝を形成していくのです。10 や１７０などの数列の枝は、奇数の芽をつけて、さらに沢山の数列の小枝を生やす事になります。それらの小枝も、さらに孫枝を生やし、孫枝からも新たに枝が伸びて、これが無限に繰り返される事によって、巨大な数列の木が成長していく事になるのです。

私は、このグラフのことを、仮に「コラッツの大木」と呼ぶ事にしたいと思います。

「コラッツの大木」の解析

その後の研究成果（ブログ未掲載）

コラッツ予想に関する、個人的覚え書き

著　　anurito（半日天下）

制　作　Puboo
発行所　デザインエッグ株式会社