

やさしい景気循環論講義

夏木康志

目次

やさしい景気循環論講義	
はじめに	3
45 度線モデルと貨幣・債券市場の均衡条件	4
IS-LM モデル	7
AD-AS モデル	10
期待の導入	14
新ケインズ派モデル	16
SIR モデル	20
マンデル＝フレミングモデル	23
経済成長モデル	27
ラムゼーモデル	29
OLG モデル	34
RBC モデル	36
調整ゲームと複数均衡・経済政策	38
日本経済の課題	40
景気動向指数	41
演習問題・付録	
演習問題	45
付録：Dynare の使い方	47
数学付録	49

やさしい景気循環論講義

はじめに

これから15回（14回＋期末テスト）におよぶ『景気循環論』の講義を行います。この『景気循環論』の講義は『経済成長論』と対をなす、中級マクロ経済学の内容をカバーする講義です。『経済成長論』が長期の経済成長モデルをカバーするのに対して、『景気循環論』では短期・中期の景気循環を説明する基本のマクロ経済モデルをカバーします。加えて、中級マクロ経済学として財政・金融政策をカバーする『経済政策論』に相当する講義を受講ないし自習されれば、ほぼ中級のマクロ経済学がカバーできると思います。『景気循環論』の受講にあたっては、初級レベルのミクロ経済学・マクロ経済学を履修されていることを前提としたいです。（この講義では、ミクロ経済学の知識がなくとも、理解できるように解説したいと思います。）

この電子書籍と合わせて『景気循環論』の講義を理解するためにおすすめの教科書としては齊藤ほか(2016)『新版マクロ経済学』を指定したいと思います。特に5章、6章、7章、8章を参照ください。日本語で読めるその他の中級のマクロ経済学のテキストとして二神・堀『マクロ経済学 第2版』があります。

同じく中級のマクロ経済学の英語の定評あるテキストとして、ブランシャール『マクロ経済学』をおすすめします。この本は英語だと第8版が出版されています。ブランシャールと同レベルかもう少し簡単な本としてマンキュー『マクロ経済学』もあります。英語でマクロ経済学のテキストを読みたい方は、ブランシャールかマンキューを一読されることをお勧めします。大学院に進学が決定している学部生の方には、ローマーの『上級マクロ経済学』第5版を英語で読まれることをおすすめします。

中級マクロ経済学としての『景気循環論』の講義には、三本の柱があります。まずは、伝統的なIS-LMモデルとAD-ASモデルを理解することと、新ケインズ派モデルに関しても内容を把握することです。景気循環論では3つの大きな変数が登場します。それはGDPとインフレーションと利子率です。この3つの変数を説明するモデルが短期・中期のマクロ経済モデルです。

IS-LMモデルではGDPと利子率の関係を扱います。またAD-ASモデルでは主にGDPとインフレーション

講義の前半では、伝統的なIS-LMモデルとAD-ASモデルを復習し、講義の後半では、新ケイン

45 度線モデルと貨幣・債券市場の均衡条件

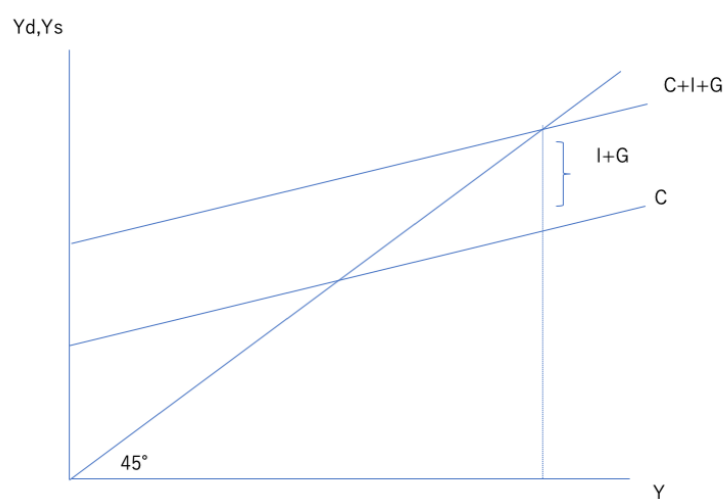
まずは GDP の基本式の復習ですね。

$$Y=C+I+G+X-M$$

GDP=消費 + 投資 + 政府支出 + 輸出 - 輸入

ケインズ型消費関数に基づく、45 度線分析をまず復習しましょう。

45 度線分析は財市場の均衡条件を分析します。



次に消費と投資の基本式を確認し、IS 曲線の導出を確認しましょう。

消費と投資

$$C=C_0+cY$$

消費は最低限の消費とY掛ける消費性向 $c(0<c<1)$ で決まると仮定

$$I=I_0-dr$$

投資は金利の減少関数（金利が下がれば下がるほど、期待収益率が増して投資が増える）と仮定

消費と投資:IS曲線の導出

$$C=C_0+cY$$

$$I=I_0-dr$$

$$Y=C+I$$

$$=C_0+cY +I_0-dr$$

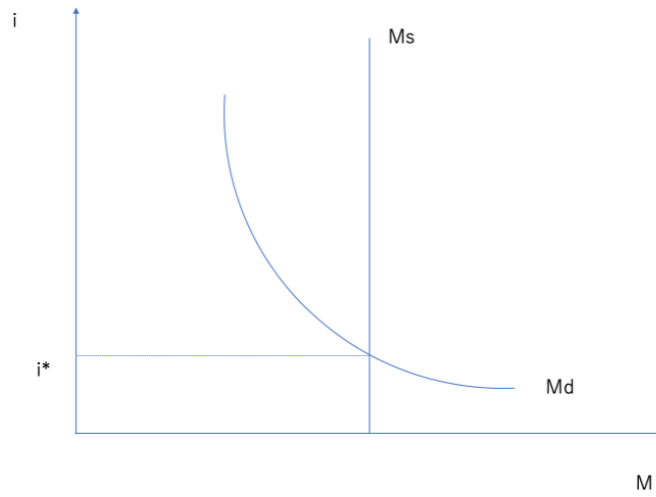
$$(1-c)Y= (C_0+I_0)-dr$$

$$Y=[1/(1-c)][(C_0+I_0)-dr]$$

IS曲線は右下がり(GDPと金利のトレードオフ)

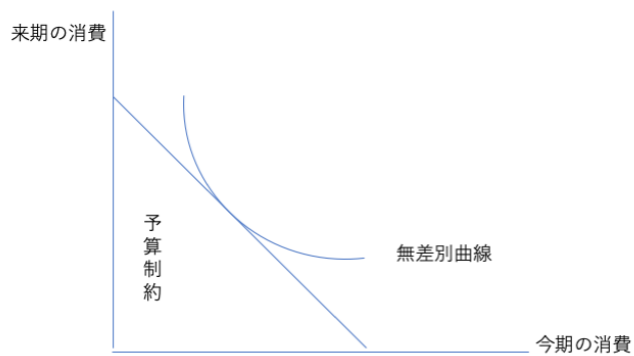
景気循環論__ IS 曲線の導出.png

次に貨幣・債券市場の均衡条件を確認しましょう。



参考までに標準的なミクロ経済学では、以下のように消費の決定を説明します。

消費の異時点間の意思決定



IS-LM モデル

まず短期のマクロ経済モデルである IS-LM モデルについて学習しましょう。

IS とは Investment, Saving の略です。

LM とは Liquidity, Money の略です。

IS 曲線は財市場の均衡条件、

LM 曲線は貨幣（債券）市場の均衡条件を表します。

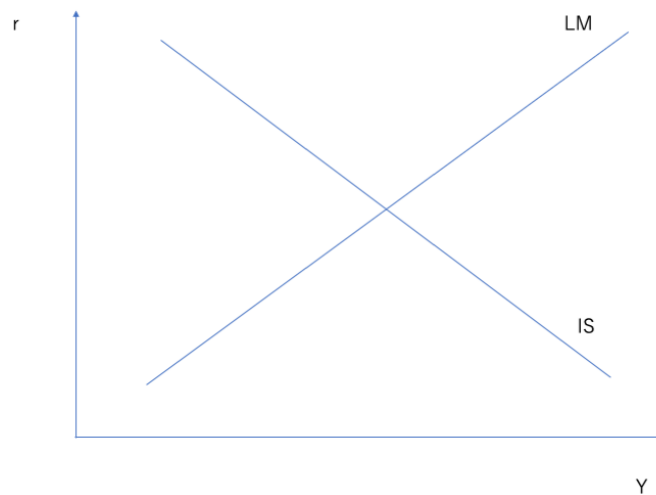
IS-LM モデルでは、物価を所与として、金利と GDP の関係を扱います。

IS 曲線は右下がり、LM 曲線はゼロ金利下では水平、一般には右上がりとされています。

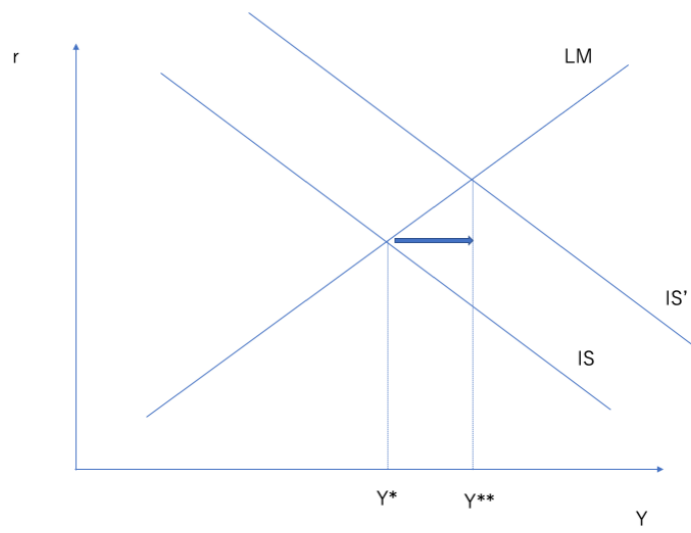
縦軸に金利、横軸に GDP をとります。

IS-LM モデルでは労働市場を無視しています。

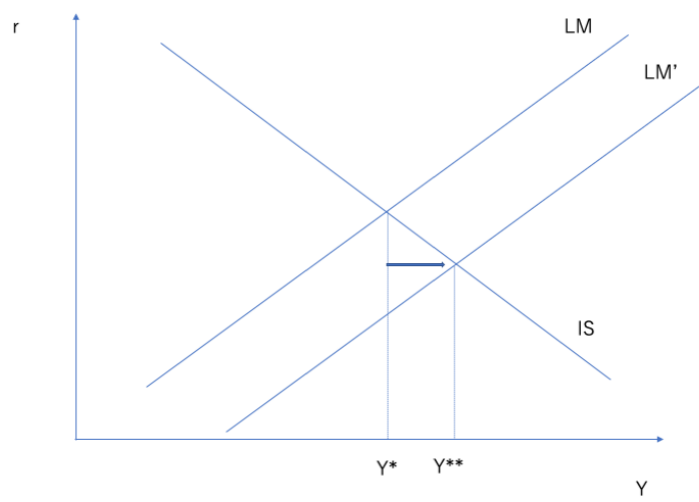
IS-LM モデルに労働市場の分析を組み込んだモデルが AD-AS モデルになります。



財政政策の効果の分析



金融政策の効果の分析



問題:

$$C=10+0.5Y$$

$$I=270-2r$$

$$Y=C+I$$

$$M/P=Y/4-5r$$

$$M^s=110, P=1 \text{とする}$$

IS曲線とLM曲線を計算してください。
この時のY,rの値を求めてください。

31

問題 1.png

AD-AS モデル

中期のマクロ経済モデルである AD-AS モデルについて学習しましょう。

AD-AS モデルの

AD とは総需要、AS とは総供給を表します。

物価水準（ないしその変化率のインフレーション）と GDP の関係を分析するモデルです。

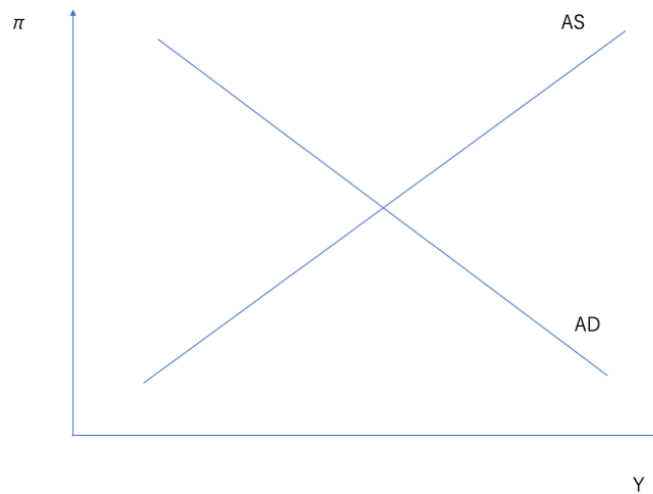
総需要曲線は IS-LM モデルから導出されます。

総供給曲線は PC(フィリップス曲線) から導出されます。総供給曲線は労働市場の分析から導出されます。

総需要曲線は右下がりです。

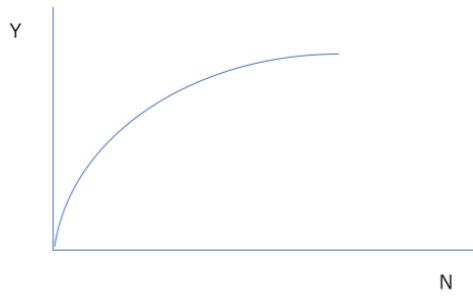
総供給曲線は右上がりです。

縦軸にインフレ率、横軸に GDP をとります。



総供給曲線の導出

$$Y=F(N) \quad F'>0, F''<0$$

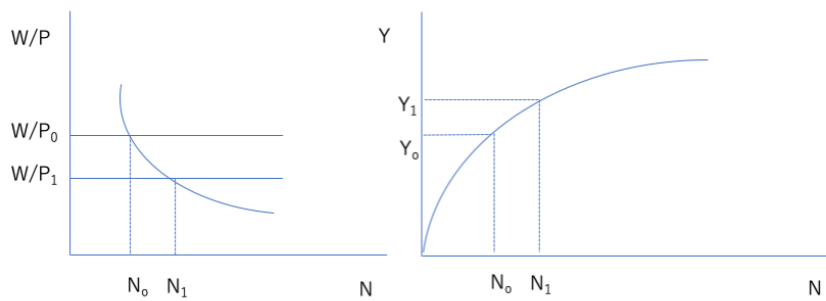


35

総供給曲線の導出 1.png

総供給曲線の導出2

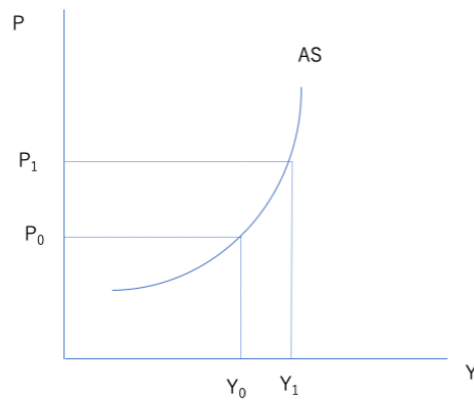
- $W/P=F'(N)$



36

総供給曲線の導出 2.png

総供給曲線の導出3

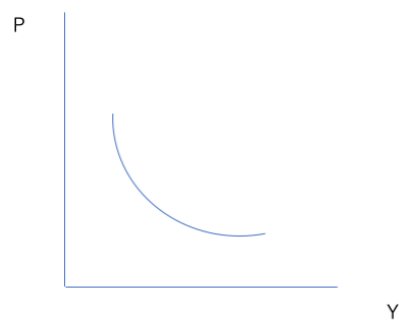


37

総供給曲線の導出 3.png

総需要曲線の導出

$$PY = MV$$



38

総需要曲線の導出.png

オーケン法則の導出

$Y=ZN$ (GDP=生産性 × 雇用)

$N=(1-u)L$ (雇用 = (1-失業率) × 労働力人口)

$Y=Z(1-u)L$

$\ln Y = \ln Z + \ln(1-u) + \ln L \doteq \ln Z - u + \ln L$

Z,Lを定数と見て(全) 微分する

$g = \Delta Y/Y = -\Delta u$

経済成長率は失業率の変化分と逆相関

失業率の低下はGDP成長率と一対一対応

44

オーケン法則.png

期待の導入

ここでは期待の導入を扱います。

これまで扱った AD-AS モデルに期待の概念を導入して、再定義します。

もともと IS-LM モデルの時に金利と GDP の関係を扱いました。

金利は本来実質金利と名目金利にわかれます。

実質金利 (r) は名目金利 (i) から期待物価上昇率 (π_e) を引くことで求められます。

この式をフィッシャー方程式と言います。

フィッシャー方程式

$$r = i - \pi_e$$

実質利子率 = 名目利子率 - 期待インフレ率

期待の表し方

静学的期待：今起こっていることが将来も続くと仮定

$$P^e = P_t$$

適応的期待：過去に起こったことが将来も続くと仮定

$$P^e = P_{t-1}$$

合理的期待：現在持っている全ての情報 I_t を用いて期待を形成

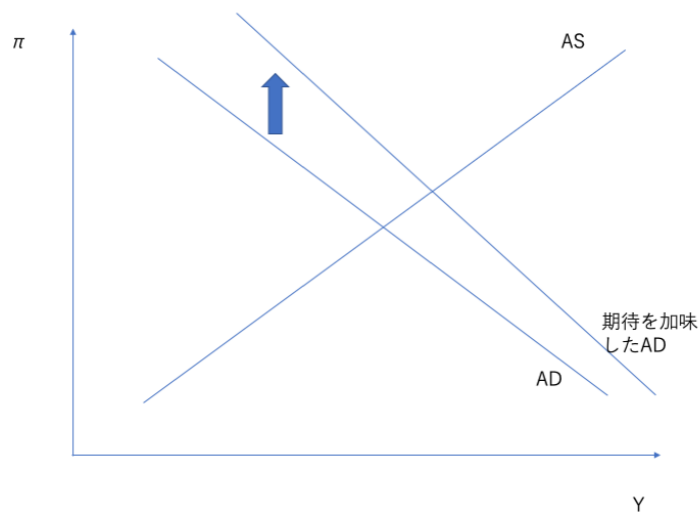
$$P^e = E_t P_{t+1} = E(P_{t+1} | I_t)$$

45

期待形成.png

AD-AS モデルに期待を織り込むと、総需要曲線はより急になります。

人々が経済が好転すると期待を抱くと、投資が活発になり、実際に現在の GDP が高くなるというメカニズムが働きます。



景気循環論 NewISLM.png

新ケインズ派モデル

ここでは新ケインズ派モデル (NK モデル) について扱います。

NK モデルは GDP, インフレーション、金利について分析するモデルです。

NK モデルは動学的 IS 曲線、新ケインズ派フィリップス曲線、テイラールールから構成されます。

動学的 IS 曲線はオイラー方程式から導出されます。

新ケインズ派フィリップス曲線は新ケインズ派モデルの特徴で摩擦や価格変更の費用を織り込んだ労働市場の分析から導出されます。

テイラールールは中央銀行の行動を記述する式です。

新ケインズ派モデル (New IS-LM model)

1) 動学的 IS 曲線

$$y_t = E_t y_{t+1} - (r_t - \rho)$$

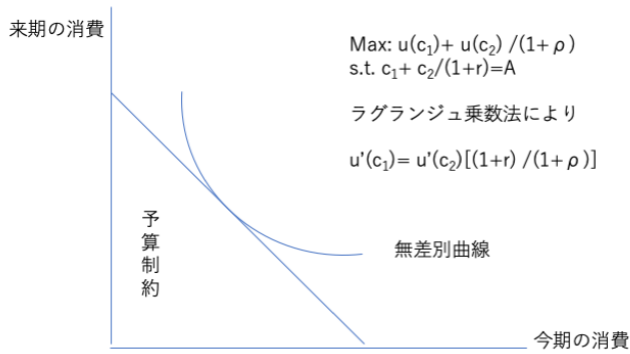
2) 新ケインズ派フィリップス曲線

$$\pi_t = E_t \pi_{t+1} + \alpha y_t$$

3) テイラールール

$$r_t = q_1 y_t + q_2 \pi_t$$

消費の異時点間の意思決定II



43

消費の意思決定 II.png

新ケインズ派フィリップス曲線の導出

$$\pi_t = E_t \pi_{t+1} + \alpha y_t$$

の導出には大きく分けて2パターンあります。

粘着価格モデル(Calvo型価格設定)と価格調整費用モデル(Rotemberg型価格設定モデル)です。

価格調整費用モデル(Rotemberg型価格設定モデル)の方が、若干計算が簡単です。

NKPC1.png

価格調整費用モデル (Rotemberg型価格設定モデル)

全ての企業は価格変更ができるが、価格変更には一定の調整費用がかかると仮定する。(企業は同質)

製品価格はマークアップ×限界費用。

$$P_t = [\eta / (\eta - 1)] W_t / Z_t$$

この時、利潤は以下の式でもとまる。

$$P_t Y_t - W_t N_t = [1 / \eta] P_t Y_t$$

利潤 = 総売上 / 製品需要の価格弾力性 (= η)

これをもとに以下の価格調整費用ありの動学最適化問題を解く。

$$\begin{aligned} \max_{P_t} \sum_{t=0}^{\infty} E_t \beta^t \{ & P_t Y_t / \eta - (\gamma / 2) (P_t - P_{t-1})^2 \} \\ \text{given } & P_0 \end{aligned}$$

NKPC2.png

価格調整費用モデル (Rotemberg型価格設定モデル) 続き

以下の価格調整費用ありの動学最適化問題を解く。

$$\begin{aligned} \max_{P_t} \sum_{t=0}^{\infty} E_t \beta^t \{ & P_t Y_t / \eta - (\gamma / 2) (P_t - P_{t-1})^2 \} \\ \text{given } & P_0 \end{aligned}$$

一階の条件は

$$[Y_t / \eta - \gamma (P_t - P_{t-1})] + \beta \gamma (E_t P_{t+1} - P_t) = 0$$

整理して $\pi_t = P_t - P_{t-1}$, $E_t \pi_{t+1} = E_t P_{t+1} - P_t$ とすると、

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + Y_t / \gamma \eta$$

が得られる。

調整費用 γ が増えると新ケインズ派フィリップス曲線は水平に近づき、

調整費用 γ がゼロに近づくと、新ケインズ派フィリップス曲線は垂直になる。

β は一近辺の値なので、ほぼ $\pi_t = E_t \pi_{t+1} + \alpha y_t$

NKPC3.png

粘着価格モデル(Calvo型価格設定)

無数の自営業者が独占的競争を行なっている前提で、価格の変更を行うことができない企業群が一定割合存在すると仮定。

(企業は異質)

Sticky Information versus Sticky Prices: A Proposal to Replace the New Keynesian Phillips Curve
Author(s): N. Gregory Mankiw and Ricardo Reis
Source: The Quarterly Journal of Economics, Vol. 117, No. 4, (Nov., 2002), pp. 1295-1328

↑を参照して説明する。

個別企業の (総) 供給曲線

$$p_t^* = p_t + \alpha y_t$$

潜在産出量はゼロと仮定。

企業が今期価格変更できる確率を λ ($0 < \lambda < 1$) とおく。

NKPC4.png

粘着価格モデル(Calvo型価格設定) 続き

個別企業の製品価格を設定する (総) 供給曲線

$$1) p_t^* = p_t + \alpha y_t$$

潜在産出量はゼロと仮定。

企業が今期価格変更できる確率を λ ($0 < \lambda < 1$) とおく。

企業の設定する最適価格を x_t とおく。

$$2) x_t = \lambda p_t^* + (1 - \lambda) E_t x_{t+1}$$

$$3) p_t = \lambda x_t + (1 - \lambda) p_{t-1}$$

1-3を連立して解くと

$$\pi_t = E_t \pi_{t+1} + [\lambda^2 / (1 - \lambda)] \alpha y_t$$

となり新ケインズ派フィリップス曲線が導出できる。

NKPC5.png

SIR モデル

感染症のモデルである SIR モデルとマクロ経済モデルである新ケインズ派モデルは、連立差分方程式という同じテクニックで分析できます。

コラム：どうなる日本経済

SIRモデル

S:感受性者 (Susceptible)

I:感染者 (Infectious)

R:回復者 (Recovered)

$$\Delta S_t = S_{t+1} - S_t = -\beta S_t I_t$$

$$\Delta I_t = I_{t+1} - I_t = \beta S_t I_t - \gamma I_t$$

$$\Delta R_t = R_{t+1} - R_t = \gamma I_t$$

$$\Delta S_t + \Delta I_t + \Delta R_t = 0 \text{ (人口一定)}$$

$$S_0 = 1 \text{ (最初はみんな元気)}$$

$$\Delta I_t = I_{t+1} - I_t = \beta S_t I_t - \gamma I_t > 0 \text{ (感染者増大の条件)}$$

$$\Rightarrow \beta S_t / \gamma > 1$$

β / γ : 感染症流行の閾値 (基本再生産数 $R_0 \Rightarrow$ 一人の感染者が何人に感染させるか?)

基本再生産数 R_0 が 1 より小さければ感染症は収束する。(実際は感染症が流行っているので 1 より大きい。)

対策実行下における再生産数は、実効再生産数 (これを 1 未満にしたい) と呼ばれる。

40

SIR モデル.png

SIRモデル

S:感受性者（まだ感染症にかかっていない人）

I:感染者

$$\Delta S_t = -\beta S_t I_t$$

$$\Delta I_t = \beta S_t I_t - \gamma I_t$$

⇔

$$\Delta X_t = -\beta X_t Y_t$$

$$\Delta Y_t = \beta X_t Y_t - \gamma Y_t$$

β : 伝染係数

γ : 患者でなくなる率（死亡率+回復率）

SIRモデルの本質は2次元の連立差分方程式
（平面でプロットできる）

43

SIR モデル 2.png

新ケインズ派モデル

(New IS-LM model) 差分方程式 ver.

1) 動学的IS曲線

$$\Delta y_t = r_t - \rho$$

2) 新ケインズ派フィリップス曲線

$$\Delta \pi_t = -\alpha y_t$$

3) テイラールール

$$r_t = q_1 y_t + q_2 \pi_t$$

NK モデル 2.png

連立差分方程式のころ

新ケインズ派モデルもSIRモデルも三本の未知数

(新ケインズ派モデル $\Rightarrow y, \pi, r$)

(SIRモデル $\Rightarrow S, I, R$)

に対して三本の式があります。

一方、三本の式の内、一本は独立でないので、実質二本の式に整理することができます。これを経済学者はワルラス法則（N個の市場を記述する方程式の内、N-1個は独立）と呼んでいます。

モデルの世界が閉じていること（ゼロサム）を応用して、三つの変数のモデルが2次元、つまり平面で記述できるわけです。

48

連立差分方程式.png

マンデル＝フレミングモデル

本来は『景気循環論』の講義は三本の軸、つまり IS-LM モデルと AD-AS モデル、それに新ケインズ派モデルを説明して済まそうと思っておりました。しかし、これらのモデル、特に新ケインズ派モデルは閉鎖経済（貿易のない一国経済）やアメリカ合衆国のような圧倒的な経済力を持った国を説明するには、よろしいのですが、日本のような、アメリカ合衆国と中国、ヨーロッパ (EU) にはさまれた国の経済を説明するには、まずいという考え方があります。オープンエコノミーのマクロ経済モデルとして基本となるのがマンデル＝フレミングモデルです。為替レートが主要な説明変数に追加されます。

為替レートに関しては変動相場制と固定相場制の2種類のケースが考えられます。

変動相場制では金融政策は GDP に対して有効ですが、財政政策は GDP に対して無効です。

固定相場制では財政政策は GDP に対して有効ですが、金融政策は GDP に対して無効です。

この現象をモデルに沿って理解できるようになることが目標です。

$$\text{為替相場} \quad 1+i_{t+1}=(1+i_{t+1}^*)e_{t+1}/e_t$$

	現在	一年後
日本	1円	$(1+i_{t+1})$ 円 $(1+i_{t+1}^*)e_{t+1}/e_t$ 円
アメリカ	$1/e_t$ ドル	$(1+i_{t+1}^*)/e_t$ ドル

為替相場 $1+i_{t+1}=(1+i_{t+1}^*)e_{t+1}/e_t$

$1+i_{t+1}/(1+i_{t+1}^*)=e_{t+1}/e_t$

両辺のログ（自然対数）を取る

$\ln(1+x) \doteq x$ が、 x がゼロに近い時に成り立つので

$i_{t+1}-i_{t+1}^*=(e_{t+1}-e_t)/e_t$

日本の金利-アメリカの金利=為替レートの変化率

日本の金利=アメリカの金利+為替レートの変化率

為替相場 2.png

マンデル・フレミングモデルの前提

- IS曲線は変化（閉鎖経済と比べて…）
- $e=e(i)$
- $NX=X-M=NX(Y,e)$
- LM曲線は変化なし
- 為替レートは変化しない（と期待）
- 物価は固定（と期待）

マンデルフレミングモデルの前提.png

マーシャル・ラーナー条件

$NX(\varepsilon) = X(\varepsilon) - \varepsilon M(\varepsilon)$
 ε : 実質為替レート $\Rightarrow d\varepsilon > 0$, ドル高円安
 $NX'(\varepsilon) > 0$ となる条件がマーシャル・ラーナー条件
 $(d/d\varepsilon)[X(\varepsilon) - \varepsilon M(\varepsilon)] > 0$
 $\Leftrightarrow dX(\varepsilon)/d\varepsilon - M(\varepsilon) - \varepsilon M'(\varepsilon) > 0$
両辺を $X(\varepsilon) = \varepsilon M(\varepsilon)$ で割る
 $dX(\varepsilon)/X(\varepsilon) / d\varepsilon - 1/\varepsilon - M'(\varepsilon)/M(\varepsilon) > 0$
両辺に $\varepsilon (> 0)$ をかける
 $dX(\varepsilon)/X(\varepsilon) / (d\varepsilon/\varepsilon) - 1 - \varepsilon M'(\varepsilon)/M(\varepsilon) > 0$
 $dX/X / (d\varepsilon/\varepsilon) - dM/M / (d\varepsilon/\varepsilon) > 1$
輸出の為替弾力性 + 輸入の為替弾力性 > 1

マーシャル・ラーナー条件.png

変動相場制

- 為替レートは変化しないと期待
- 物価水準は変化しないと期待

\Rightarrow 日本の金利 = アメリカの金利 (世界金利) ; 外生
 $r = r^*$
IS: $Y = C(Y-T) + I(r^*) + G + NX(\varepsilon)$
LM: $M/P = L(Y, r^*)$
Y と ε が内生変数
 ε up (円安ドル高) $\Rightarrow NX$ up
 ε down (円高ドル安) $\Rightarrow NX$ down
変動相場制では財政政策はGDPに対して無効で円高を引き起こす。
変動相場制では金融政策のみがGDPに対して有効で円安を引き起こす。

変動相場制.png

固定相場制

- 為替レートは固定(ε ; 定数)
- 物価水準は変化しない
- Mが内生変数

$$\text{IS: } Y = C(Y-T) + I(r^*) + G + NX(\varepsilon)$$

$$\text{LM: } M/P = L(Y, r^*)$$

YとMが内生変数

固定相場制では ε は定数、したがってNXも定数。

つまり投資Iと純輸出NXが定数なため、Gが増えればYも増える。

金利は固定されており、操作できないため金融政策は使えない。

固定相場制では財政政策はGDPに対して有効。

固定相場制では金融政策はGDPに対して無効。

固定相場制.png

経済成長モデル

ソローモデル、内生成長モデルの基礎となる AK モデル、成長会計について簡単に紹介します。

ソローモデルはより高度なモデルの全ての基礎となるモデルです。

ソローモデル

$$\Delta k = sf(k) - \delta k$$

$$sf(k) - \delta k > 0 \Rightarrow \Delta k > 0$$

$$sf(k) - \delta k < 0 \Rightarrow \Delta k < 0$$

* 生産関数の形状から収束するモデル

$$\Delta k = sf(k) - (n + \delta)k$$

人口成長がある場合

AKモデル

$$Y = AK$$

$$\Delta k = sAk - \delta k = (sA - \delta)k > 0$$

持続的に成長するモデル

AK モデル.png

成長会計

$$\begin{aligned}\Delta Y/Y &= \Delta A/A + \theta \Delta K/K + (1-\theta) \Delta L/L \\ \Leftrightarrow \\ Y &= AK^\theta L^{1-\theta}\end{aligned}$$

A:全要素生産性と呼びます

成長会計.png

ラムゼーモデル

大学院のマクロ経済学の基本モデルがラムゼーモデルです。国家が無限に永続するという仮定の元で、無期限の異時点間の最適化問題を解きます。

ラムゼーモデルの一階の均衡条件の特徴は、オイラー方程式と遷移式（GDPの予算制約式）と横断性条件です。

オイラー方程式は、今期の消費の限界効用が、来期の消費の限界効用に金利と割引率を掛けたものに等しいという、異時点間のパレート効率性の条件です。

遷移式はGDPが消費と投資、特に投資が資本の変化によって表されるという式です。

横断性条件は、資本にラグランジェ乗数を掛けたもの、つまり資本の現在価値を無限の将来まで極限を取るとゼロになるという条件です。

厳密には動的計画法や関数解析という分野を勉強しないとラムゼーモデルの背景にある数学は理解できません。

オイラー方程式

$$U'(C_t) = \beta R_{t+1} E_t U'(C_{t+1})$$

今期の限界効用 = 割引率 × 金利 × 来期の限界効用

$$\Delta c_{t+1} / c_t = (r_t - \rho) / \theta$$

オイラー方程式.png

遷移式(GDP)

$$Y_t = C_t + I_t = C_t + K_{t+1} - K_t + \delta K_t = C_t + \Delta K_t + \delta K_t$$

GDP = 消費 + 投資 = 消費 + 資本の変化分 + 減価償却

$$\Delta k_t = f(k_t) - c_t - \delta k_t$$

(一人当たり直した)

遷移式.png

横断性条件(TVC)

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda_t K_t = 0$$

無限の将来のラグランジェ乗数 \times 資本はゼロに近づく

無限の将来の資本の割引現在価値はゼロ

横断性条件は発散する経路を排除するために導入。

TVC.png

資本と消費の経路(path)

①オイラー方程式： $\Delta c_{t+1}/c_t = (r_t - \rho)/\theta$

②遷移式： $\Delta k_{t+1} = f(k_t) - c_t - \delta k_t$

③資本の限界生産性： $r = f'(k) - \delta$

①+③： $\Delta c_{t+1}/c_t = (f'(k_t) - \delta - \rho)/\theta$

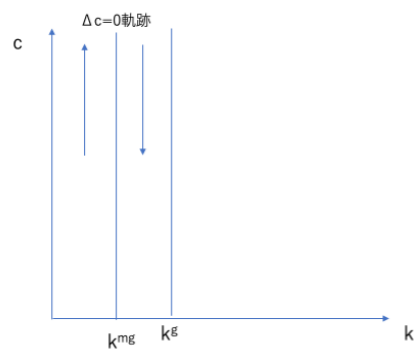
消費と資本の経路.png

$\Delta k = 0$ 軌跡： $\Delta k_{t+1} = f(k_t) - c_t - \delta k_t$ から
 $c_t = f(k_t) - \delta k_t$

$\Delta c = 0$ 軌跡： $\Delta c_{t+1}/c_t = (f'(k_t) - \delta - \rho)/\theta$ から
 $f'(k_t) = \delta + \rho$
修正黄金率

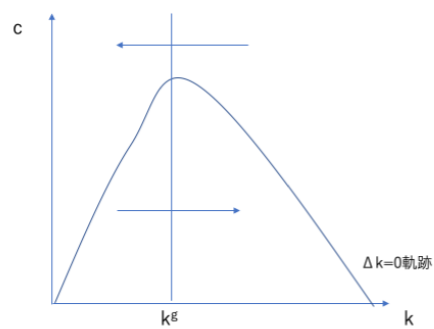
軌跡.png

$\Delta c=0$ 軌跡



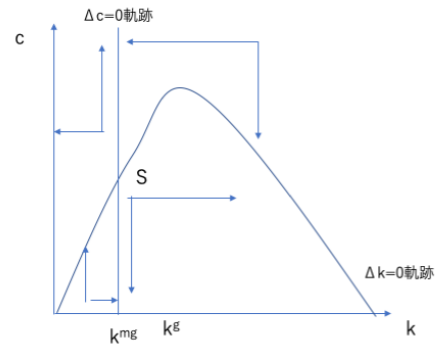
消費の軌跡.png

$\Delta k=0$ 軌跡



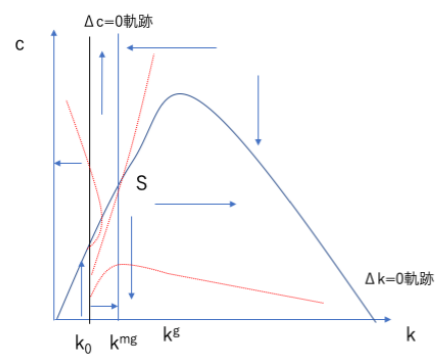
資本の軌跡.png

消費と資本の変化の方向



変化の方向.png

消費と資本の変化の方向



S:

鞍点（サドルポイント）が消費と資本の均衡点です。

OLG モデル

OLGモデル

重複世代モデルと呼び、ラムゼーモデルと並ぶマクロ動学の基本モデル。

経済には若者と老人がおり、老人は貯蓄を取り崩して生活、若者のみ働くが、賃金を消費と貯蓄に振り分けている。

年金制度の分析にも用いられるモデル。

OLG-1.png

OLGモデル

Young:

$$c_t + s_t = w_t$$

OLD:

$$d_{t+1} = (1 + r_{t+1})s_t$$

効用関数

$$U(c_t, d_{t+1}) = \ln c_t + [1/(1 + \rho)] \ln d_{t+1}$$

OLG-2.png

一階の条件

$$d_{t+1}/c_t = (1+r_{t+1})/(1+\rho)$$

\Leftrightarrow

$$s_t = w_t / (2 + \rho)$$

$$\text{生産関数 } y_t = k_t^\alpha$$

$$r_t = \alpha k_t^{\alpha-1}$$

$$w_t = (1-\alpha)k_t^\alpha$$

OLG-3.png

続き

$$K_{t+1} - K_t = s_t L_t - K_t$$

$$K_{t+1} = s_t L_t$$

$$K_{t+1}/L_{t+1} = s_t L_t / L_{t+1}$$

\Leftrightarrow

$$k_{t+1} = s_t / (1+n)$$

\Leftrightarrow

$$k_{t+1} = [1/(2+\rho)][1/(1+n)](1-\alpha)k_t^\alpha$$

定常状態を想定して

$$(\rho+2)(1+n)/(1-\alpha) = k^{\alpha-1}$$

$$r = \alpha k^{\alpha-1} = (\rho+2)(1+n)\alpha/(1-\alpha)$$

上の r が黄金率に対応する n と一致する必然性はない

\Rightarrow 動学的非効率性と呼ぶ、資本が過剰蓄積される可能性

OLG-4.png

RBC モデル

RBC モデルは動学的一般均衡モデルの基礎となるモデルです。経済成長と景気循環を同時に均衡モデルとして説明しようとしています。

RBC

生産関数

$$Y_t = A_t K_t^\theta L_t^{1-\theta}$$

単純化のため $P_t = 1$ とおく

$$\Pi_t = A_t K_t^\theta L_t^{1-\theta} - w_t L_t - r_t K_t$$

$$\partial \Pi_t / L_t = (1-\theta) A_t K_t^\theta L_t^{-\theta} - w_t = 0 \text{ (労働需要関数の導出)}$$

⇔

$$L_t^D = K_t \left((1-\theta) A_t / w_t \right)^{1/\theta}$$

均衡でも労働需要は A_t の変動に合わせて変動。

$$(\partial \Pi_t / K_t = \theta A_t K_t^{\theta-1} L_t^{1-\theta} - r_t = 0)$$

含意：均衡でも雇用はTFPの変動に合わせて変動する。

RBC1.png

RBC-2

家計

$$\text{Max } U = U(c_1, c_2, 1-l_1, 1-l_2)$$

$$= \ln c_1 + b \ln(1-l_1) + [1/(1+\rho)] (\ln c_2 + b \ln(1-l_2))$$

$$\text{s.t. } c_1 + c_2 / (1+r) = w_1 l_1 + w_2 l_2 / (1+r)$$

オイラー方程式と

$$w_1 / c_1 = b / (1-l_1)$$

労働（余暇）と消費の代替

RBC2.png

調整ゲームと複数均衡・経済政策

ここでは調整ゲーム (Coordination Game) と複数均衡・経済政策の関係について説明します。

調整ゲームとは、例えば野球場や劇場で盛り上がったところで、会場総立ちになっているシーンを想像してください。皆んなが立ち上がって盛り上がっている状態が一種の好況 (boom) で、皆んなが座っていておとなしくしている状態が一種の不況 (depression) に例えられます。

皆んなが座っている状態で一人だけ立っていると、眺めが良いですが、周囲からは迷惑に思われます。しかし、全員が立つと眺めは座っている時と全員一緒です。ここで一人だけ座ってしまうと、眺めは悪くなります。

ナッシュ均衡とは皆が最適戦略をとっている時に、一人だけ行動 (戦略) を変えても得をしない状況をいいます。

調整ゲームでは会場総立ち (好況) と会場で皆静かに座っている (不況) という複数のナッシュ均衡があります。

皆の期待に働きかけることで、不況から好況を実現できるという意味では経済政策とも関係がある概念です。

好況のナッシュ均衡は不況のナッシュ均衡より、経済を構成するどの人にとっても望ましいです。つまり不況のナッシュ均衡を好況のナッシュ均衡がパレート支配しています。

(全会一致の原理)

Coordination Game

	協調しない	協調する
協調しない	1,1	0,0
協調する	0,0	2,2

協調ゲーム.png

日本経済の課題

本講もいよいよ終盤にさしかかりました。マクロ経済学から経済政策という観点で議論したいと思います。マクロ経済学から考えられる経済政策は財政政策と金融政策に分かれます。財政政策では、国債を発行して公共事業を行う（＝財政支出）や、減税や増税という手段で経済をコントロールする。それから金利をターゲットとして調整を行う金融政策を行うことがあります。

名目 GDP600 兆円、物価 (CPI)2 パーセント目標。なども新聞や報道で目にしたことがある人もいると思います。

ただし経済政策を立てる際、新ケインズ派モデル（New IS-LM モデル）だけに頼って立案するのがよいかどうかは、課題があります。新ケインズ派モデルは確かに金融政策を中心にミクロ的基礎を持って、経済分析や政策立案が可能なモデルですが、アメリカ中心に開発されたモデルです。アメリカは経済力が非常に高いので、GDP や金利をコントロールすることができますが、日本は世界金利をコントロールする力はアメリカほどではないです。むしろアメリカや中国といった貿易相手との関係性で日本経済のパフォーマンスも決まってきます。為替レートも重要な政策変数ですね。

それから日本は賃金の決まり方、労働市場の仕組みがアメリカとは異なっているといわれています。つまり年一回の春闘と年2回のボーナスによって賃金が決まる面があるので、そのような特性を織り込んだ日本ローカルのマクロ経済モデルを作成して、日本経済の実態にあった経済政策を立案する必要があるのです。

もちろん経済学の学術論文はアメリカで開発された新ケインズ派モデルを磨いてゆけば、学術誌に掲載されやすいでしょう。しかし、日本経済の実情にあったマクロ経済モデルを独自に開発していく姿勢が、もともと「輸入学問」であった経済学を輸出志向の学問へと変化させるためには必要なようです。

景気動向指数

景気を分析する加工統計に景気動向指数があります。景気動向指数は大きく分けて CI と DI があります。CI はコンポジットインデックスの略で、30 からなる景気指数の複合指数です。景気動向指数は先行指数、一致指数、遅行指数から構成されます。複数の景気指数の数を数えて、景気（景況感）がプラスかマイナスか判断する指数を DI、ディフュージョンインデックスと呼びます。

景気動向指数を構成する 30 の景気指数の内、最も重要と考えられるのはマネーストック (M2) です。マネーストックは景気に対し、2 四半期、つまり半年先行しているとされる指数です。景気の流れは日本経済ではマネーストック（貨幣・金融市場）から財・サービス市場、労働市場に向かって動いていきます。労働市場の代表的な景気指数である完全失業率（逆サイクル）は遅行指数です。日本経済の完全失業率は 3% 前後とヨーロッパ、アメリカと比べて低いです。ヨーロッパですと失業率はドイツが低く、フランス、イタリアは中程度で、ギリシア、スペインは高い傾向があります。

景気の流れは、マネーの動きを見ていると言っても過言ではないので、まずマネーストックを見る必要があります。次に財・サービス市場の指数である、IIP（鉱工業生産指数）、第 3 次産業活動指数を見る必要があります。そして、おそらく最後に景気の影響が反映されるのが日本経済においては遅行指数である労働市場の完全失業率です。

労働市場の指数でも、欠員率と連関する有効求人倍率は一致指数で、完全失業率は遅行指数です。

景気動向指数をアドバンストに分析する手法として複素主成分分析やダイナミックファクターモデルが知られています。複素主成分分析は複素数に拡張した主成分分析の一手法です。ダイナミックファクターモデルは動学モデルに拡張した因子分析の手法の一種です。両者は重なる面もありますが、主成分分析と因子分析の違いについては、統計学の本をご参照ください。

筆者は詳細に分析してはおりませんが、完全失業率が遅行指数になるのは、日本の労働市場の特徴であり、例えばアメリカでは、もしかしたら、一致指数になる可能性もあります。

景気動向指数を専門的に分析するためには、時系列分析の手法を十分にマスターする必要があります。ここでは入門書なので、その必要性を指摘するだけでとどめたいです。

演習問題・付録

演習問題

理解度確認のための演習問題

1 穴埋め問題

() の IS-LM モデルは、() を固定して分析する。IS 曲線は () () の略であり、財市場の均衡条件をあらわす。LM 曲線は () () の略であり、貨幣・債券市場の均衡条件をあらわす。

() の AD-AS モデルは IS-LM モデルに労働市場の分析を追加している。AD 曲線は () の略であり、IS-LM ないし貨幣数量説から導出できる。AS 曲線は () を意味し、労働市場の分析から導出される。() の AD-AS モデルでは自然産出量に GDP は調整されると考える。この時の自然産出量に対応するインフレを加速しない失業率は () つまり () と呼ばれる。

() の分析には資本ストックや技術革新の分析を追加した経済成長モデルが使われる。代表的な経済成長モデルは () と () である。() は外生的技術進歩率を導入し、一般に () ないし () と呼ばれるものによって技術進歩を捉えている。() は () の一種であり、生産関数の要素 A に教育や全ての資本ストック概念を代表させている。

() は ()、()、() から構成される。(動学的 IS 曲線) は異時点間の消費の最適化問題の一階の条件である () から導出される。() は企業の価格調整費用を含んだ異時点間の利潤最大化問題から導出される。() は中央銀行の行動を近似する式から得られる。SIR モデルは感染症の分析に使われるモデルで、() および ()、() の3つの () に対して3本の連立 () から構成される。新ケインズ派モデルは ()、()、() の3つの未知数に対して、三本の連立 () から構成される。) 連立差分方程式について研究するアプローチとして () があり、景気循環論を深める観点から将来的に学習することが望ましい。

ヒント：短期、中期、長期、物価、投資、貯蓄、流動性選好、貨幣供給、総需要、総供給、非インフレ加速失業率、NAIRU、ソローモデル、AK モデル、全要素生産性、TFP、AK モデル、内生的成長モデル、新ケインズ派モデル、動学的 IS 曲線、新ケインズ派フィリップス曲線、テイラールール、オイラー方程式、感受性者、感染者、回復者、未知数、

差分方程式、GDP ギャップ、インフレ率、金利、力学系

2 記述問題

2-1)

新ケインズ派モデルを構成する三本の式について説明してください。

2-2)

ラムゼーモデルをオイラー方程式、遷移式、（横断性条件）の観点から説明してください。

（以上）

付録：Dynare の使い方

付録

Dynareのインストールと起動

Dynareはフランスで開発された動学的一般均衡モデルを解くパッケージです。

Matlabやフリーソフトoctave上で動きます。

octaveでの運用を例にとって説明します。

Octave起動後、Dynareにパスを通す必要があります。

例> addpath /usr/local/lib/dynare/matlab

次にmodファイルがあるディレクトリに移動します。

例> cd /Applications/Dynare/4.6.4/examples

Dynare コマンドを実行(Dynareのファイル拡張子は.modです。)

例 >dynare NKZ.mod

dynare1.png

付録

Dynareのサンプルコード

```
var pi x R g; %——内生変数
varexo e; %——外生変数

parameters alpha lamda mu nu psai; %——パラメーターの設定
alpha=0.1;
lamda=1;
mu=1.5;
nu=0.5;
psai=0.8;

model; %——モデルの記述
pi = pi(+1)+alpha*x;
x = x(+1) - (R-pi(+1));
R = mu*(pi) + nu*x + g;
g=psai*g(-1) - e;
end;
```

dynare2.png

付録

Dynareのサンプルコード(続き)

```

initval; %——初期値
pi=0;
x=0;
R=0;
e=0;
g=0;
end;

histval; %——ラグ変数の値
pi(0)=0;
end;

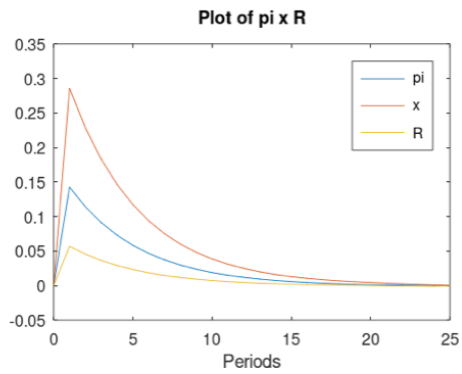
shocks; %——与えるショック
var e; periods 1; values 0.3;
end;

simul(periods=24); %——シミュレーションの期間
rplot pi x R; %——グラフ (インパルス応答) を描写
    
```

dynare3.png

付録

Dynareの実行結果



dynare4.png

数学付録

連続時間のラムゼーモデルの一階の条件の導出です。
(若干大学院レベル)

数学付録：連続時間のラムゼーモデル

$$\begin{aligned} & \max \int_0^{\infty} e^{-\rho t} u(c) dt \\ & \text{s. t. } f(k) \geq c + \dot{k} + \delta k. \\ & \quad k(0) \text{ is given.} \end{aligned}$$

ラグランジュ乗数法を使って解く。

$$\begin{aligned} L &= \int_0^{\infty} \{e^{-\rho t} u(c) + \lambda [f(k) - (c + \dot{k} + \delta k)]\} dt \\ &= \int_0^{\infty} \{e^{-\rho t} u(c) + \lambda [f(k) - (c + \delta k)] - \lambda \dot{k}\} dt \\ &= \int_0^{\infty} \{e^{-\rho t} u(c) + \lambda [f(k) - (c + \delta k)]\} dt - \int_0^{\infty} \lambda \dot{k} dt \end{aligned}$$

部分積分の公式より

$$-\int_0^{\infty} \lambda \dot{k} dt = -[\lambda k]_0^{\infty} + \int_0^{\infty} \dot{\lambda} k dt$$

上記を代入して、

$$L = \int_0^{\infty} \{e^{-\rho t} u(c) + \lambda [f(k) - (c + \delta k)]\} dt - [\lambda k]_0^{\infty} + \int_0^{\infty} \dot{\lambda} k dt$$

これを順に c, k, λ で (偏) 微分する

$$L_c = e^{-\rho t} u'(c) - \lambda = 0,$$

$$L_k = \lambda [f'(k) - \delta] + \dot{\lambda} = 0,$$

$$L_\lambda = f(k) - (c + \dot{k} + \delta k) = 0. (\text{遷移式})$$

また $\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda k = 0$. (横断性条件)

$e^{-\rho t} u'(c) = \lambda$ の両辺を、自然対数を取って微分すると

$$-\rho + \frac{u''(c)}{u'(c)} \dot{c} = \frac{\dot{\lambda}}{\lambda},$$

$$-[f'(k) - \delta] = \frac{\dot{\lambda}}{\lambda},$$

$$-\frac{u''(c)}{u'(c)} \dot{c} = f'(k) - (\rho + \delta)$$

オイラー方程式 (連続時間) が得られる。

やさしい景気循環論講義

著 夏木康志

制作 Puboo
発行所 デザインエッグ株式会社
