



凡人の計算



無名のヒト

ベルヌーイ数

1713年にヤコブ・ベルヌーイが著書 *Ars Conjectandi* (推測術)で導入。

$$x / (\exp(x) - 1) = \sum B_n \cdot x^n / n! \quad : n = 0 \sim \infty$$

ベルヌーイ数 B_n : 有理数 $B_{2n+1} = 0 \quad (n \geq 1)$

B_0 : 1
 B_1 : -1/2
 B_2 : 1/6
 B_4 : -1/30
 B_6 : 1/42
 B_8 : -1/30
 B_{10} : 5/66
 B_{12} : -691/2730
 B_{14} : 7/6
 B_{16} : -3617/510
 B_{18} : 43867/798
 B_{20} : -174611/330
 B_{22} : 854513/138
 B_{24} : -236364091/2730
 B_{26} : 8553103/6
 B_{28} : -23749461029/870
 B_{30} : 8615841276005/14322
 B_{32} : -7709321041217/510
 B_{34} : 2577687858367/6
 B_{36} : -26315271553053477373/1919190
 B_{38} : 2929993913841559/6
 B_{40} : -261082718496449122051/13530
 B_{42} : 1520097643918070802691/1806
 B_{44} : -27833269579301024235023/690
 B_{46} : 596451111593912163277961/282
 B_{48} : -5609403368997817686249127547/46410
 B_{50} : 495057205241079648212477525/66
 B_{52} : -801165718135489957347924991853/1590
 B_{54} : 29149963634884862421418123812691/798
 B_{56} : -2479392929313226753685415739663229/870
 B_{58} : 84483613348880041862046775994036021/354
 B_{60} : -1215233140483755572040304994079820246041491/56786730
 B_{62} : 12300585434086858541953039857403386151/6
 B_{64} : -106783830147866529886385444979142647942017/510
 B_{66} : 1472600022126335654051619428551932342241899101/64722
 B_{68} : -78773130858718728141909149208474606244347001/30
 B_{70} : 150538134733367003803076567377857208511438160235/4686
 B_{72} : -5827954961669944110438277244641067365282488301844260429/140100870
 B_{74} : 34152417289221168014330073731472635186688307783087/6
 B_{76} : -24655088825935372707687196040585199904365267828865801/30
 B_{78} : 414846365575400828295179035549542073492199375372400483487/3318
 B_{80} : -4603784299479457646935574969019046849794257872751288919656867/230010
 B_{82} : 1677014149185145836823154509786269900207736027570253414881613/498
 B_{84} :-
2024576195935290360231131160111731009989917391198090877281083932477/3404310
 B_{86} : 660714619417678653573847847426261496277830686653388931761996983/6
 B_{88} :-
1311426488674017507995511424019311843345750275572028644296919890574047/61410
 B_{90} :
1179057279021082799884123351249215083775254949669647116231545215727922535/272118
 B_{92} :-
1295585948207537527989427828538576749659341483719435143023316326829946247/1410
 B_{94} :
1220813806579744469607301679413201203958508415202696621436215105284649447/6
 B_{96} :-
211600449597266513097597728109824233673043954389060234150638733420050668349987259/4501770
 B_{98} :
67908260672905495624051117546403605607342195728504487509073961249992947058239/6
 B_{100} :-
94598037819122125295227433069493721872702841533066936133385696204311395415197247711/33330
 B_{102} :
3204019410860907078243020782116241775491817197152717450679002501086861530836678158791/4326
 B_{104} :-
319533631363830011287103352796174274671189606078272738327103470162849568365549721224053/1590
 B_{106} :
36373903172617414408151820151593427169231298640581690038930816378281879873386202346572901/642
 B_{108} :-
3469342247847828789552088659323852541399766785760491146870005891371501266319724897592306597338057/209191710

B 110 :
7645992940484742892248134246724347500528752413412307906683593870759797606269585779977930217515/1518
B 112 :-
2650879602155099713352597214685162014443151499192509896451788427680966756514875515366781203552600109/1671270
B 114 :
21737832319369163333310761086652991475721156679090831360806110114933605484234593650904188618562649/42
B 116 :-
309553916571842976912513458033841416869004128064329844245504045721008957524571968271388199595754752259/1770
B 118 :
366963119969713111534947151585585006684606361080699204301059440676414485045806461889371776354517095799/6
B 120 :-
51507486535079109061843996857849983274095170353262675213092869167199297474922985358811329367077682677803282070131/2328255930
B 122 :
49633666079262581912532637475990757438722790311060139770309311793150683214100431329033113678098037968564431/6
B 124 :-
95876775334247128750774903107542444620578830013297336819553512729358593354435944413631943610268472689094609001/30
B 126 :
5556330281949274850616324408918951380525567307126747246796782304333594286400508981287241419934529638692081513802696639/4357878
B 128 :-
267754707742548082886954405585282394779291459592551740629978686063357792734863530145362663093519862048495908453718017/510
B 130 :
1928215175136130915645299522271596435307611010164728458783733020528548622403504078595174411693893882739334735142562418015/8646
B 132 :-
410951945846993378209020486523571938123258077870477502433469747962650070754704863812646392801863686694106805747335370312946831/4206930
B 134 :
264590171870717725633635737248879015151254525593168688411918554840667765591690540727987316391252434348664694639349484190167/6
B 136 :-
84290226343367405131287578060366193649336612397547435767189206912230442242628212786558235455817749737691517685781164837036649737/4110
B 138 :
2694866548990880936043851683724113040849078494664282483862150893060478501559546243423633375693325757795709438325907154973590288136429/274386
B 140 :-
3289490986435898803930699548851884006880537476931130981307467085162504802973618096693859598125274741604181467826651144393874696601946049/679470
B 142 :
14731853280888589565870080442453214239804217023990642676194878997407546061581643106569966189211748270209483494554402556608073385149191/6
B 144 :-
3050244698373607565035155836901726357405007104256566761884191852434851033744761276392695669329626855965183503295793517411526056244431024612640493/2381714790
B 146 :
4120570026280114871526113315907864026165545608808541153973817680034790262683524284855810008621905238290240143481403022987037271683989824863/6
B 148 :-
1691737145614018979865561095112166189607682852147301400816480675916957871178648433284821493606361235973346584667336181793937950344828557898347149/4470
B 150 :
463365579389162741443284425811806264982233725425295799852299807325379315501572305760030594769688296308375193913787703707693010224101613904227979066275/2162622

ベルヌーイ数（つづき）

B2000までを

[ここに](#) アップしてあります。

B2002-3000は

[こっち](#)です。

B3002-4000は

[こちら](#)。

B4002-5000は

[ここに](#)。

B5002-6000は

[そちら](#)。

B6002-7000は

[そっちに](#)。

B7002-8000 is

[here](#).

B8002-9000 is

[there](#).

B9002-10000 is

[over there](#).

ちなみに、日本では有名な関孝和(?-1708)は、幕乗和の公式を発見し、取数（ベルヌーイ数）を使った形で書き表わしたそうです。数学能力を高めたいヒトは、弁天町の[浄輪寺](#)に墓参りをすると、御利益があるかもしれないし、ないかもしれません。

[B10002-11000](#)

[B11002-12000](#)

[B12002-13000](#)

[B13002-14000](#)

[オイラー](#)が先駆者で、[リーマン](#)が**ギリシヤ文字** ζ で表記したことに因み、リーマンゼータ関数と呼ばれる。

偶数の場合

$$\zeta(2n) = J_{2n} \cdot \pi^{2n} \quad : \pi \text{ は円周率}$$

n Jn
 2 : 1/6
 4 : 1/90
 6 : 1/945
 8 : 1/9450
 10 : 1/93555
 12 : 691/638512875
 14 : 2/18243225
 16 : 3617/325641566250
 18 : 43867/38979295480125
 20 : 174611/1531329465290625
 22 : 155366/13447856940643125
 24 : 236364091/201919571963756521875
 26 : 1315862/11094481976030578125
 28 : 6785560294/564653660170076273671875
 30 : 6892673020804/5660878804669082674070015625
 32 : 7709321041217/62490220571022341207266406250
 34 : 151628697551/12130454581433748587292890625
 36 : 26315271553053477373/20777977561866588586487628662044921875
 38 : 308420411983322/2403467618492375776343276883984375
 40 : 261082718496449122051/20080431172289638826798401128390556640625
 42 : 3040195287836141605382/2307789189818960127712594427864667427734375
 44 : 5060594468963822588186/37913679547025773526706908457776679169921875
 46 : 103730628103289071874428/7670102214448301053033358480610212529462890625
 48 :
 50 :
 560940336897817686249127547/4093648603384274996519698921478879580162286669921875
 50 :
 39604576419286371856998202/2852587714575467644636363635252374414183254365234375
 52 :
 123256264328536916515065383362/8761982491474419367550817114626909562924278968505859375
 54 :
 116599854539539449685672495250764/8180712572990063867074959072425603825198823017351806640625
 56 :
 708397979803779072481547354189494/4905352087939496310826487207538302184255342959123162841796875
 58 :
 11652912186052419567178865654349796/79639236898057712174597426570063253238310542073919837646484375
 60 :
 4860932561935022288161219976319280984165964/327877586273629598615520165380455583231003564645636125000418914794921875
 62 :
 3174344628151447365665300608362164168/21132271510899613925529439369536628424678570233931462891949462890625
 64 :
 1067838301478665298863854449791426479420177016125464333780819415029165079856003277532103367584994756141174316406250
 66 :
 133872729284212332186510857141084758385627191/86812790293146213360651966604262937105495141563588806888204273501373291015625
 68 :
 125235502160125163977598011460214000388469/801528196428242695121010267455843804062822357897831858125102407684326171875
 70 :
 86021791276192400217318660993020411914939323442/5433748964547053581149916185708338218048392402830337634114958370880742156982421875
 72 :
 5827954961669944110438277244641067365282488301844260429/3633348205269879230856840004304821536968049780112803650817771432558560793458452606201171875
 74 :
 1846076610228171244017841823322845145226395015302111359005221796317918049302062760294302183889391189419445133951612582060536346435546875
 76 :
 259527250799319172124968004272126305722659771459558/157606197452423911112934066120799083442801465302753194801233578624576089941806793212890625
 78 :
 127645035561661793321593549399859099536061346268430917996/76505736228426953173738238352183101801688392812244485181277127930109049138257655704498291015625
 80 :
 4603784299479457646935574969019046849794257872751288919656867/27233582984369795892070228410001578355986013571390071723225259349721067988068852863296604156494140625
 82 :
 81805568252933943259666073648110726839401757442451386091786/4776089171877348057451105924101750653118402745283825543113171217116857704024700607798175811767578125
 84 :
 4049152391870580720462262320223462019979834782396181754562167864954/2333207846470426678843707227616712214909162634745895349325948586531533393530725143500144033328342437744140625
 86 :
 614618250621096421929160788034990663049587782822226210418324/349538086043843717584559187055386621548470304913596772372737435524697231069047713981709496784210205078125
 88 :
 23844117975891227418100207709442033515377277376732480781258161922554/13383510964174348021497060628653950829663288548327870152944013988358928114528962242087062453125690410614013671875
 90 :
 94324582321686623990729868099372067020203959735717692985236172582338028/522532651330971490226753590247329744050384290675644135735656667608610471400391047234539824350830981313610076904296875
 92 :
 225319295340441309215552665832795956462494171081640894438837622057381956/1231931818039911948327467370123161265684460571086659079080437659781065743269173212919832661978537311246395111083984375
 94 :
 207798094736977782060817307134161907056767389821735595138079166856961608/112132006756909432282703278592954020127260068746537745332153847964679254692602138023498144562090675557613372802734375
 96 :
 21160044959726651309759772810982423673043954389060234150638733420050668349987259/112694926530960148011367752417874063473378698369880587800838274234349237591647453413782021538312594164677406144702434539794921875
 98 :
 2771765741751244719349025205975657371728252868677734184043835153060936614622/14569479835935377894165191004250040526616509162234077285176247476968227225810918346966001491701692846112140419483184814453125
 100 :
 1891960756382442509045486613887443745405683066133872266771392408622790830394495422/981520542075751471018107859369553458327392260750404049930407987933582359080767225644716670683512153512547802166033089160919189453125

ζ関数の続き

$$\zeta(s) = \sum_{k=1}^{\infty} k^{-s} \quad : k = 1 \sim \infty$$

は、複素数 s の実部 $\operatorname{Re} s > 1$ の場合に正しい表示であり、
 $\operatorname{Re} s < 0$ では使えない。

$$\zeta(-2n) = 0 \quad \text{自然数 } n \geq 1 \quad : -2n \text{ は自明なゼロ点。}$$

$$n \quad \zeta(-n)$$

$$1 \quad : -1/12$$

$$3 \quad : 1/120$$

$$5 \quad : -1/252$$

$$7 \quad : 1/240$$

$$9 \quad : -1/132$$

$$11 \quad : 691/32760$$

$$13 \quad : -1/12$$

$$15 \quad : 3617/8160$$

$$17 \quad : -43867/14364$$

$$19 \quad : 174611/6600$$

$$21 \quad : -77683/276$$

$$23 \quad : 236364091/65520$$

$$25 \quad : -657931/12$$

$$27 \quad : 3392780147/3480$$

$$29 \quad : -1723168255201/85932$$

$$31 \quad : 7709321041217/16320$$

$$33 \quad : -151628697551/12$$

$$35 \quad : 26315271553053477373/69090840$$

$$37 \quad : -154210205991661/12$$

$$39 \quad : 261082718496449122051/541200$$

$$41 \quad : -1520097643918070802691/75852$$

$$43 \quad : 2530297234481911294093/2760$$

$$45 \quad : -25932657025822267968607/564$$

$$47 \quad : 5609403368997817686249127547/2227680$$

$$49 \quad : -19802288209643185928499101/132$$

$$51 \quad : 61628132164268458257532691681/6360$$

$$53 \quad : -29149963634884862421418123812691/43092$$

$$55 \quad : 354198989901889536240773677094747/6960$$

$$57 \quad : -2913228046513104891794716413587449/708$$

$$59 \quad : 1215233140483755572040304994079820246041491/3407203800$$

$$61 \quad : -396793078518930920708162576045270521/12$$

$$63 \quad : 106783830147866529886385444979142647942017/32640$$

$$65 \quad : -133872729284212332186510857141084758385627191/388332$$

$$67 \quad : 4633713579924631067171126424027918014373353/120$$

69 :-43010895638096200108659330496510205957469661721/9372
71 : 5827954961669944110438277244641067365282488301844260429/10087262640
73 :-923038305114085622008920911661422572613197507651/12
75 : 1297636253996598563562484002136063152861329885729779/120
77 :-31911258890415448330398387349964774884015336567107729499/19908
79 : 4603784299479457646935574969019046849794257872751288919656867/18400800
81 :-40902784126466971629833036824055363419700878721225693045893/996
83 :
2024576195935290360231131160111731009989917391198090877281083932477/285962040
85 :-15365456265527410548229019707587476657623969457055556552604581/12
87 :
119220589879456137090501038547210167576886388688366240390629080961277/491280
89 :-
235811455804216559976824670249843016755050989933929423246309043145584507/4898124
91 :
56329823835110327303888166458198989115623542770410223609709405514345489/5640
93 :-
25974761842122222757602163391770238382095923727716949392259895857120201/12
95 :
211600449597266513097597728109824233673043954389060234150638733420050668349987259/432169920
97 :-
1385882870875622359674512602987828685864126443438867092021917576530468307311/12
99 :
94598037819122125295227433069493721872702841533066936133385696204311395415197247711/3333000