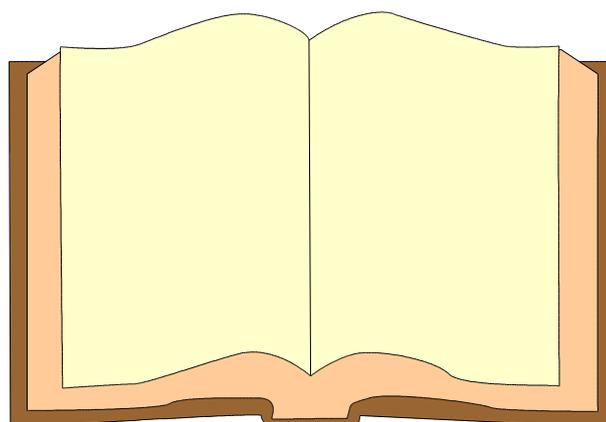


**KMC基本情報受験学習講座シリーズ**

**基礎理論**

# **データ構造**



平成28年11月1日

加藤 正夫

# データ構造目次

## 配列

- ・ 定義と特徴 -04-
- ・ 探索の方法 -05-
- ・ データの更新と削除 -08-
- ・ データの挿入 -10-
- ・ 二次元配列 -12-

## リスト

- ・ 定義と特徴 -13-
- ・ データの探索 -14-
- ・ データの更新と削除 -15-
- ・ データの挿入 -17-

## スタックと待ち行列

- ・ スタックの定義と特徴 -22-
- ・ 待ち行列の定義と特徴 -28-
  
- ・ データ構造問題 1 -31-

## 二分木

- ・ 二分木の定義と表現 -73-
- ・ 二分探索木の定義と探索 -75-
- ・ 二分探索木の挿入 -77-
- ・ 二分探索木の削除 -78-
- ・ 二分木の巡回法 -79-
- ・ 二分木と四則演算 -81-
- ・ 逆ポーランド記法への応用 -82-

## バランス木とヒープ木

- ・ バランス木とAVL木 -86-
  - ・ 完全二分木 -87-
  - ・ 多分木をもとにしたバランス木 -88-
  - ・ 5次の多分木をもとにしたバランス木 -91-
  - ・ ヒープ木の定義と操作 -93-
- 
- ・ データ構造問題2 -97-

# 配列

## ◆定義と特徴

### ◇配列の定義と表現

配列は同じデータ型、同じ大きさのデータが物理的に連続して並んでいるデータ構造をもつ。

配列名を有し、個々のデータを表す配列の要素で構成され、定義された一定の大きさをもつ。配列の特定の要素は配列名の後ろに( )とその中に添字を記入して表す。配列名を T B L、先頭の添字が 1 の場合、I 番目の添字の要素は T B L ( I ) で表す。

### ◇配列の要素

配列の要素に含まれる各データを添字によって特定できる。添字は配列の先頭から何番目の要素であるかを表している。添字の先頭は 0 または 1 から始まる。大きさ 7 の配列 T B L ( I ) の各要素に A、B、C、…、G の各文字を格納した例を示す。

添字	1	2	3	4	5	6	7
配列 T B L ( I )	A	B	C	D	E	F	G

配列の大きさ 7

配列の要素の大きさは一定であるから、配列の先頭アドレスが決まると、各要素のアドレスが決まり、各要素のアドレスが分かると先頭から何番目の要素であるかを定めることができる。

# ◆探索の方法

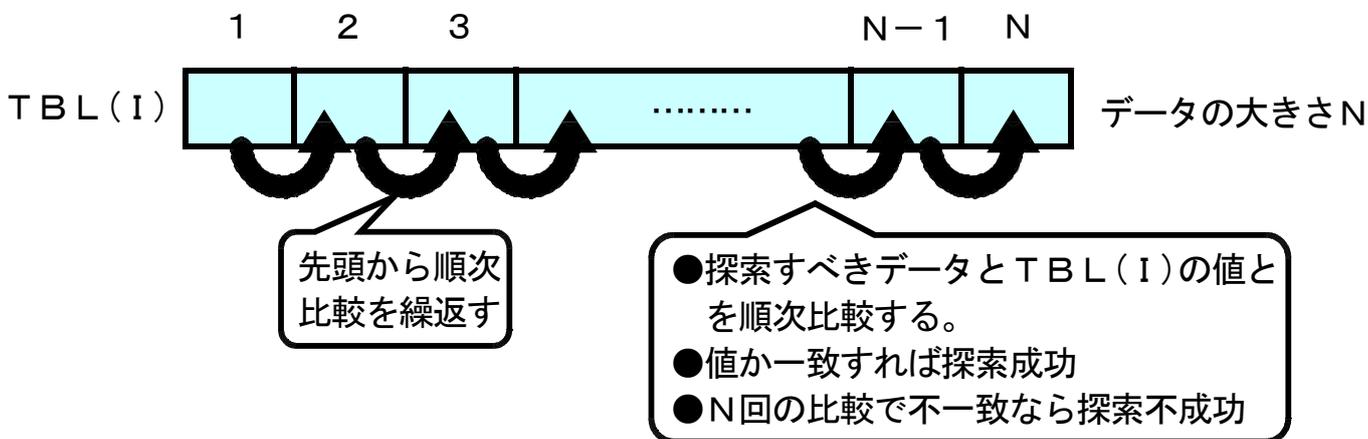
## ◇配列を利用した探索法

配列の探索法には、次のものがある。

- ① 線形探索法
- ② 直接探索法
- ③ 二分探索法

## ◇線形探索法

線形探索は配列の先頭または後方から配列の要素と探索すべきデータを逐次比較して、要素の内容と探索データが等しくなる添字を求める方法である。

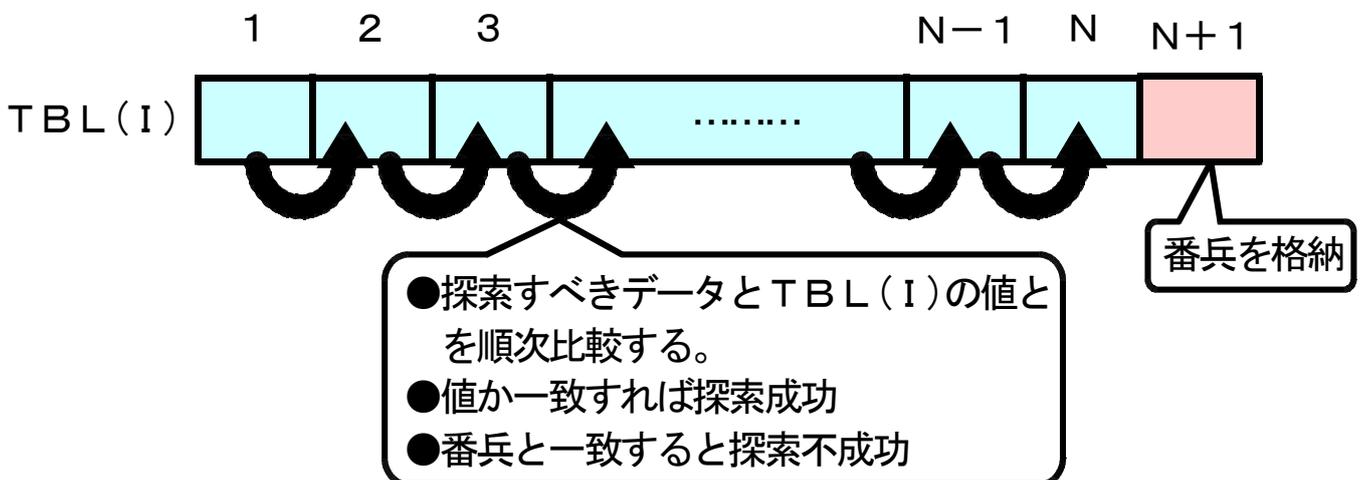


線形探索を行う場合、比較対象の要素が配列の定義域内に存在するかどうかは重要である。逐次比較する場合、配列の要素番号である添字のインクリメントを実行する。このインクリメントによって、コンピュータが認識できる要素を移動させることができる。

## ◇線形探索の手順

- ① 添字  $I$  を 1 (または  $N$ ) で初期化する。
- ② 添字  $I$  が配列の大きさ  $N$  を超える (または 1 より小さくなる) と、探索データが配列内に存在しないため探索を終了する。添字  $I$  が配列の大きさ  $N$  以下 (または 1 以上) ならば③～⑤の処理を繰り返す。
- ③ 配列の要素  $TBL(I)$  と探索データ  $K$  を比較する。
- ④  $TBL(I) = K$  ならば探索成功。処理を終了する。
- ⑤  $TBL(I) \neq K$  ならば探索不成功。  $I + 1 \rightarrow I$  (または  $I - 1 \rightarrow I$ ) を実行し、②に戻る。

## ◇番兵を利用した線形探索



番兵を利用した探索は、大きさ  $N$  の配列の  $N + 1$  番目の要素に探索するデータを格納する方法である。番兵を利用すると、比較回数を減少させることができる。

## ◇直接探索法

探索すべき位置が分かっている場合には、その位置を示す添字の値を用いて直接探索する。

配列の添字が分かると、配列の先頭アドレス、配列の要素の大きさ、添字を使用して対象の要素のアドレスを求めることができる。

二つの配列を使用して、一方の配列で線形探索を用いて添字 I を求め、その添字 I を用いてもう一方の配列を直接探索し目的のデータを得ることができる。

## ◇二分探索法

データが昇順または降順に並んでいる場合には、二分探索法を用いて目的のデータを探索することができる。

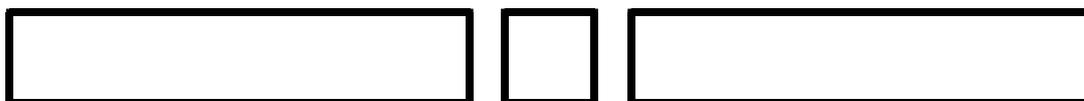
昇順に並んでいる場合、二分探索は、中央の要素番号を求め、中央の要素の値と探索データを比較し、等しければ探索成功、探索データが小さい場合、中央の要素番号より小さい範囲を新しい範囲とし、探索データが大きい場合、中央の要素番号より大きい範囲を新しい範囲として探索を繰り返す方法である。

探索回数は線形探索と比較して、平均探索回数、最大探索回数共に小さくなる。探索対象のデータ数が多い場合、探索に必要な比較回数が大幅に減少し、探索時間を減少させることができる。

下限の範囲

中央の要素

上限の範囲



探索データが小さい場合の範囲

探索データが大きい場合の範囲

# ◆データの更新と削除

## ◇データの更新

データの更新は、特定のデータを探索後、そのデータの内容を読み出し、内容を変更し、書き込む一連の操作である。

探索には、次の方法を使用する。

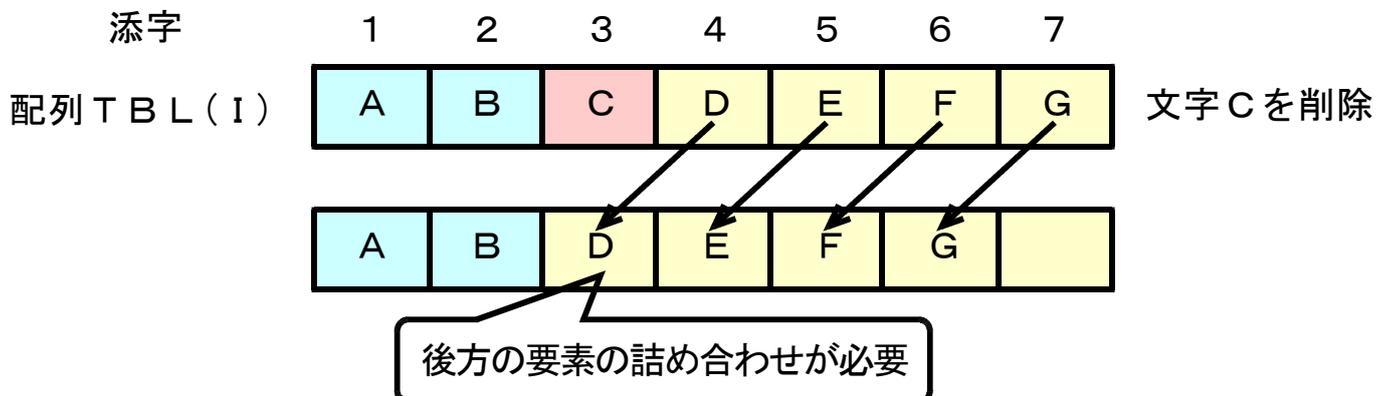
- ① 線形探索法
- ② 直接探索法
- ③ 二分探索法

## ◇データの削除

データの削除は、削除すべき配列の要素を探索法を利用して求め削除する。

削除の方法には物理的削除と論理的削除がある。

## ◇物理的削除の手順



物理的削除は、削除した要素の空白部分を無くするため、順次配列の要素を前に詰めていく。

大きさ  $N$  の配列  $TBL(I)$  の添字  $K$  から後方の各要素を 1 要素前に移動させる手順は次のようになる。

- ①  $I$  に  $K$  を格納する。
- ②  $TBL(I) \rightarrow TBL(I - 1)$  を実行する。
- ③  $I + 1 \rightarrow I$  を実行する。
- ④  $I > N$  になると終了する。  $I \leq N$  ならば②に戻る。

$M$  文字前に移動する操作は②の操作が  $TBL(I) \rightarrow TBL(I - M)$  となる。

## ◇論理的な削除

論理的な削除は、削除する要素の内容を削除されている意味の内容で書き換える。

処理対象データが多くなると、物理的な削除には、多くの処理時間が必要となるため、詰め合わせを実行しない論理的削除を用いる。

論理的削除を頻繁に利用していると、有効なメモリ空間が次第に減少し、必要なデータがメモリ内に配置できない現象が発生する。その対策として、一定間隔で、システムへの影響が最小限になるタイミングを考えて物理的な削除を実行する。

# ◆データの挿入

## ◇データ挿入とは

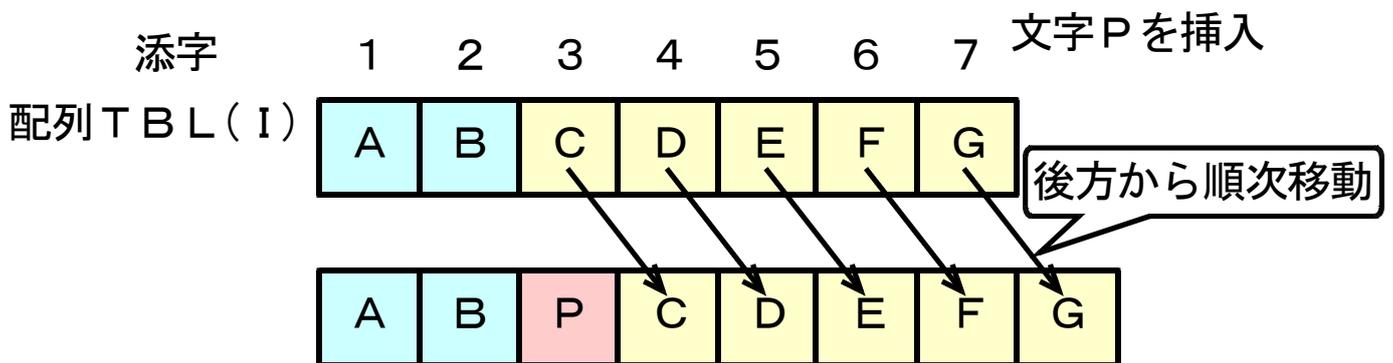
データの挿入は、挿入位置を探索法を利用して求め、挿入に必要な空白部を設ける。

挿入位置の探索には、線形探索、直接探索、二分探索を利用する。空白部を設ける場合、配列の要素の移動は配列の後方から実行する。

データの移動を後方から実行し、移動対象データを順次前方に移動させながら、データの挿入位置まで繰り返す。対象データの前方への移動は、添字のディクリメントで実行する。

データの移動を後方から実施することによって、既存のデータの消失を防ぐことができる。

図は配列 T B L ( I ) の添字 3 の要素の位置に文字 P を挿入する場合の例である。黄色の文字 C ~ G を順次後方から一つ後ろの要素に移動させている。



## ◇データ挿入手順

大きさ  $N$  の配列  $TBL(I)$  の添字  $K$  の位置に 1 文字を挿入する手順は次の通りになる。

①  $I$  に  $N$  を格納する。

移動の開始を後方から始める。

②  $TBL(I) \rightarrow TBL(I+1)$  を実行する。

配列の要素を一つ後ろに移動させる。

③  $I-1 \rightarrow I$  を実行する。

移動対象の要素を一つ前に移動させる。

④  $I \geq K$  ならば②に戻る。

要素の移動を挿入位置まで繰り返す。

⑤  $I < K$  になると、 $I = K$  の位置に新しい文字を格納する。

⑥ 配列の大きさを  $N+1 \rightarrow N$  で修正する。

$M$  個のデータを挿入する移動操作は②の操作が  $TBL(I) \rightarrow TBL(I+M)$  となる。 $M$  個のデータを挿入後の配列の大きさは  $N+M \rightarrow N$  となる。

## ◆二次元配列

### ◇二次元配列

二次元配列の要素は、行を  $I$ 、列を  $J$  で表すと、 $TBL(I, J)$  で表すことができる。

二次元配列  $TBL(I, J)$  を利用して、行方向の合計、列方向の合計、全体の合計を求めることができる。

### ◇一次元配列への変換

$N$  行  $M$  列の二次元配列  $TBL(I, J)$  を一次元配列  $TBL(K)$  に変換する場合、次の式を利用し、添字  $K$  を求める。

$$K = (I - 1) \times M + J$$

二次元配列を一次元配列に変換することによって、一次元配列を使用して、二次元配列を操作することが可能になる。

### ◇三次元の配列の要素

三次元配列の要素は、 $TBL(I, J, K)$  で表す。この場合の  $I$  は面、 $J$  は行、 $K$  は列を表す。

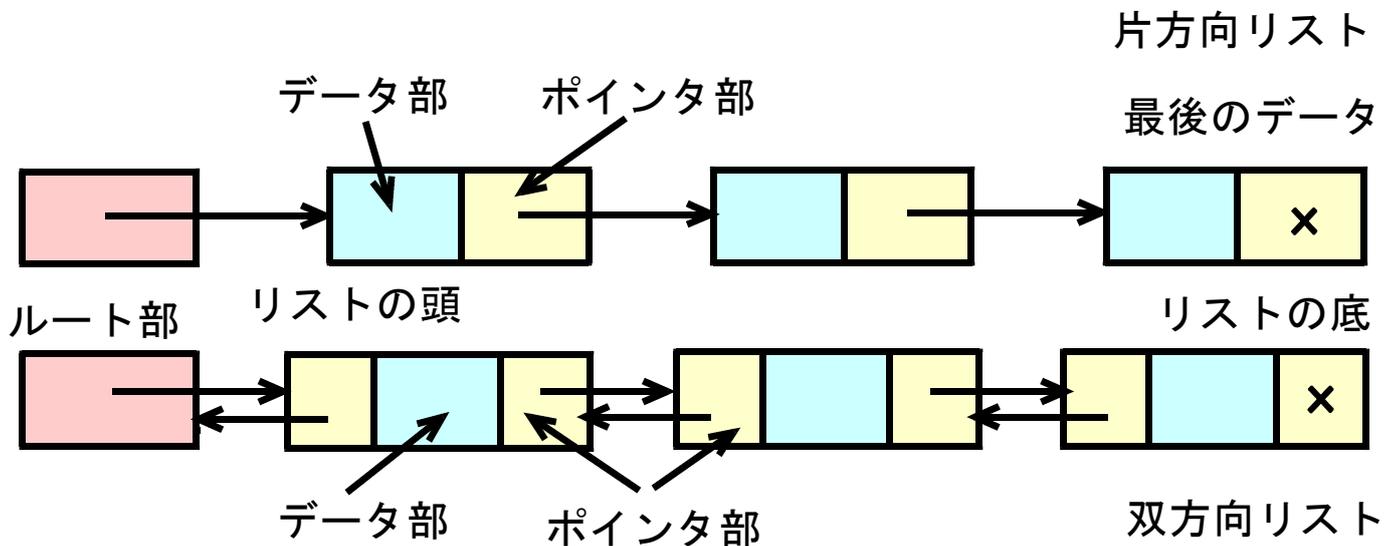
# リスト

## ◆定義と特徴

### ◇リストの定義と構成

リストは、ルート部を先頭にして、各データがポインタ部で結合された一連のデータ群である。各データは物理的に連続に配置される必要がない。

データはデータ部とポインタ部で構成される。データはデータ部に格納され、ポインタ部には次のデータの所在が格納されている。各データはポインタを利用して、順次つながれた構造になっている。リストの最後のデータのポインタ部には、最後のデータであることを示す記号が格納される。



### ◇片方向リストと双方向リスト

片方向リストは一方にしか辿ることができないリストであり、双方向リストは両方向に辿ることのできるリストである。

## ◆データの探索

### ◇リストの探索

リストの探索はルート部から開始し、各データのポインタ部を用いて、順次、各データのアドレスを求め、探索データと各要素の内容を比較する。

探索データと各要素の内容を比較して一致すれば探索成功、最後の要素まで比較して不一致ならば探索不成功になる。

ポインタを利用して探索するので線形探索のみ可能である。直接探索はできない。双方向リストの場合、前方後方いずれの方向にも探索可能である。

### ◇片方向リストの探索手順

- ① ルート部から最初のデータのアドレスを知る。
- ② 探索データとデータ部の内容を比較する。
- ③ (探索データ = データ部の内容)ならば探索成功、処理を終了する。
- ④ (探索データ ≠ データ部の内容)ならば探索不成功、ポインタ部の情報から次のデータのアドレスを知る。②に戻る。
- ⑤ (探索データ ≠ 最後のデータ部の内容)ならば、探索データが存在しないため、処理を終了する。

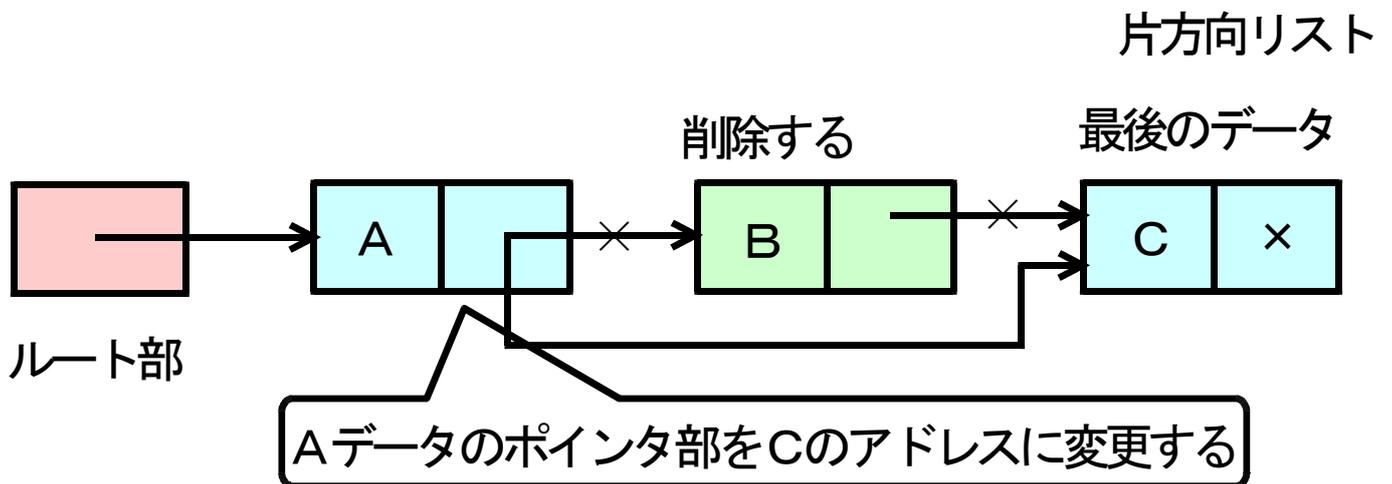
# ◆データの更新と削除

## ◇リストの更新

リストの更新は更新すべきデータを線形探索で求め、その内容を書き換えることである。

## ◇リストの削除

リストの削除は削除するデータの直前のデータのポインタ部を修正することによって行う。



図は、データ B を削除する例を示す。データ A のポインタ部を B のアドレスから、C のアドレスに変更すればよい。データ B のポインタ部の内容を、データ A のポインタ部に複写することによって可能となる。

リストの場合、配列のように削除による要素の詰め合わせは必要ない。削除するデータの確認のための探索、削除データの前のデータのポインタの操作に必要なアドレスの記憶が必要になる。

## ◇リストの削除の手順

- ① メモリ上にアドレスを格納する領域 Q を確保し、ルート部の情報から最初のデータを読む。

削除データの一つ前のデータのアドレスを記憶するために必要な領域 Q である。

- ② 最初のデータが削除するデータならば、最初のデータのポインタ部の情報をルート部に格納し、処理を終了する。
- ③ 探索したデータが削除するデータでないならば、探索したデータのアドレスをメモリ領域 Q に格納し、探索したデータのポインタ部の情報から次の探索するデータのアドレスを知る。
- ④ 探索したデータが削除するデータの場合、削除するデータのポインタ部の情報を用いてメモリ領域 Q のデータのポインタ部の内容を修正し、処理を終了する。
- ⑤ 最後のデータになるまで、③に戻り処理を繰り返す。
- ⑥ 最後のデータに達しても探索するデータでない場合、処理を終了する。

# ◆データの挿入

## ◇リストの挿入

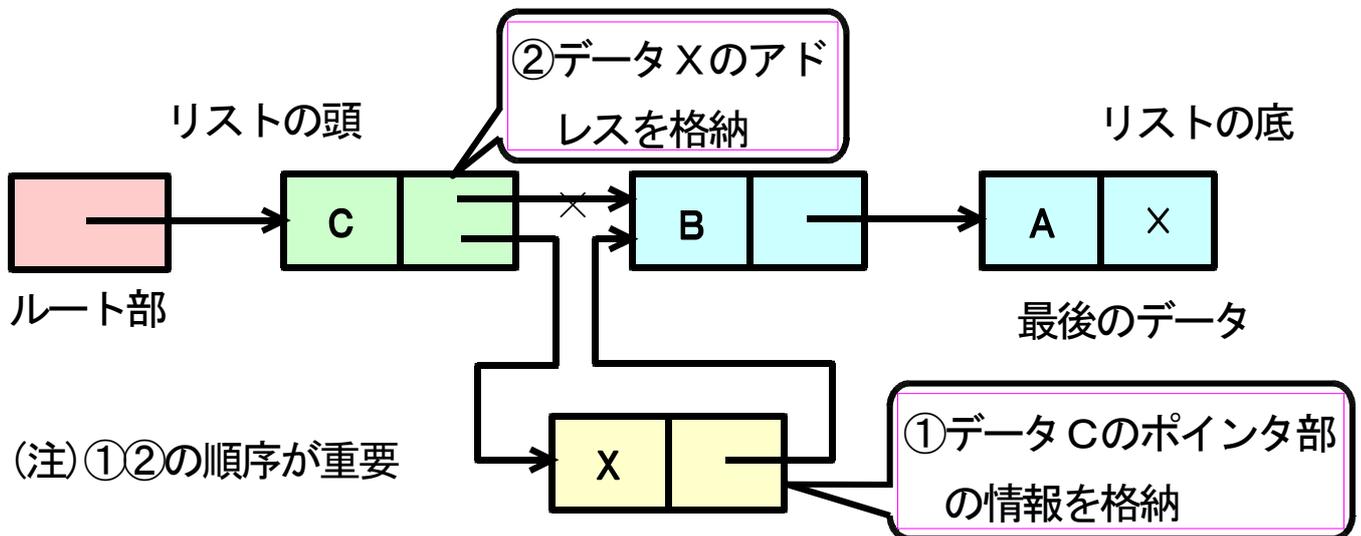
リストの挿入は、挿入するデータの直前のデータのポインタ部の書き換えと挿入するデータのポインタ部への書き込みによって行われる。

データの挿入には、次の異なる条件がある。

- ① 特定データの直後に挿入する。
- ② 特定データの直前に挿入する。
- ③ リストの先頭に挿入する。

## ◇特定データの直後に挿入

データCの直後にデータXを挿入する



挿入位置を線形探索で決定し、挿入位置のデータのポインタ部の書き換えと新しく挿入するデータのポインタ部への情報の書き込みによって行う。

挿入位置のデータのポインタ部の情報を挿入するデータのポイ

ンタ部に格納し、挿入位置のデータのポインタ部に新しく挿入するデータのアドレスを格納する。

図はデータ C の直後にデータ X を挿入する例である。データ C の所在を確認する線形探索後、データ C のポインタ部の内容をデータ X のポインタ部に格納し、データ C のポインタ部にデータ X のアドレスを格納する。

## ◇特定データの直後に挿入する手順

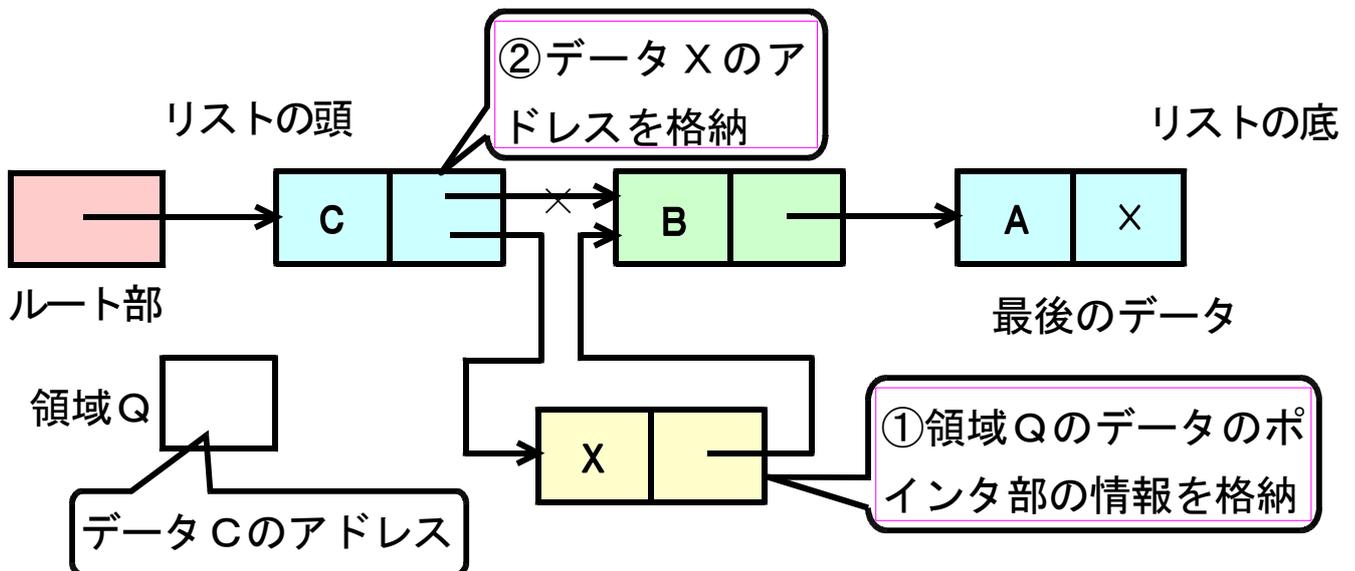
- ① メモリ上のデータ列の先頭位置にデータを挿入する場合、ルート部の情報を挿入するデータのポインタ部に格納し、ルート部の内容を挿入するデータのアドレスに書き換える。
- ② 最初のデータが挿入位置ならば、挿入位置のデータのポインタ部の情報を挿入するデータのポインタ部に格納し、挿入するデータのアドレスを挿入位置のデータのポインタ部に格納し、処理を終了する。
- ③ 探索したデータが挿入位置でないならば、探索したデータのポインタ部の情報から次の探索するデータのアドレスを知る。
- ④ 探索したデータが挿入位置のデータの場合、挿入位置のデータのポインタ部の情報を挿入するデータのポインタ部に格納し、挿入するデータのアドレスを挿入位置のデータのポインタ部に格納し、処理を終了する。
- ⑤ 最後のデータになるまで、③に戻り処理を繰り返す。
- ⑥ 最後のデータに達しても挿入位置がない場合、処理を終了する。

## ◇特定データの直前に挿入

挿入位置を線形探索で決定し、挿入位置の直前のデータのポインタ部の書き換えと新しく挿入するデータのポインタ部への情報の書き込みによって行う。

線形探索で挿入位置を探索する場合、探索データの直前のデータのアドレスを特定の記憶領域に格納する。探索直前のデータのアドレスを記憶していないと、挿入直前のデータのポインタ部を書き換えることができなくなる。

データBの直前にデータXを挿入する



挿入位置の直前のデータのポインタ部の情報を挿入するデータのポインタ部に格納し、挿入位置の直前のデータのポインタ部に新しく挿入するデータのアドレスを格納する。

図はデータBの直前にデータXを挿入する例である。線形探索を利用して、データC、データBを探索し、データBの所在を確認する。この場合、次のデータを探索する場合に、直前のデータのアドレスを記憶領域Qに格納する。次に、データCのポインタ部の情報をデータXのポインタ部に格納し、データCのポインタ

部にデータ X のアドレスを格納する。

## ◇特定データの直前に挿入する手順

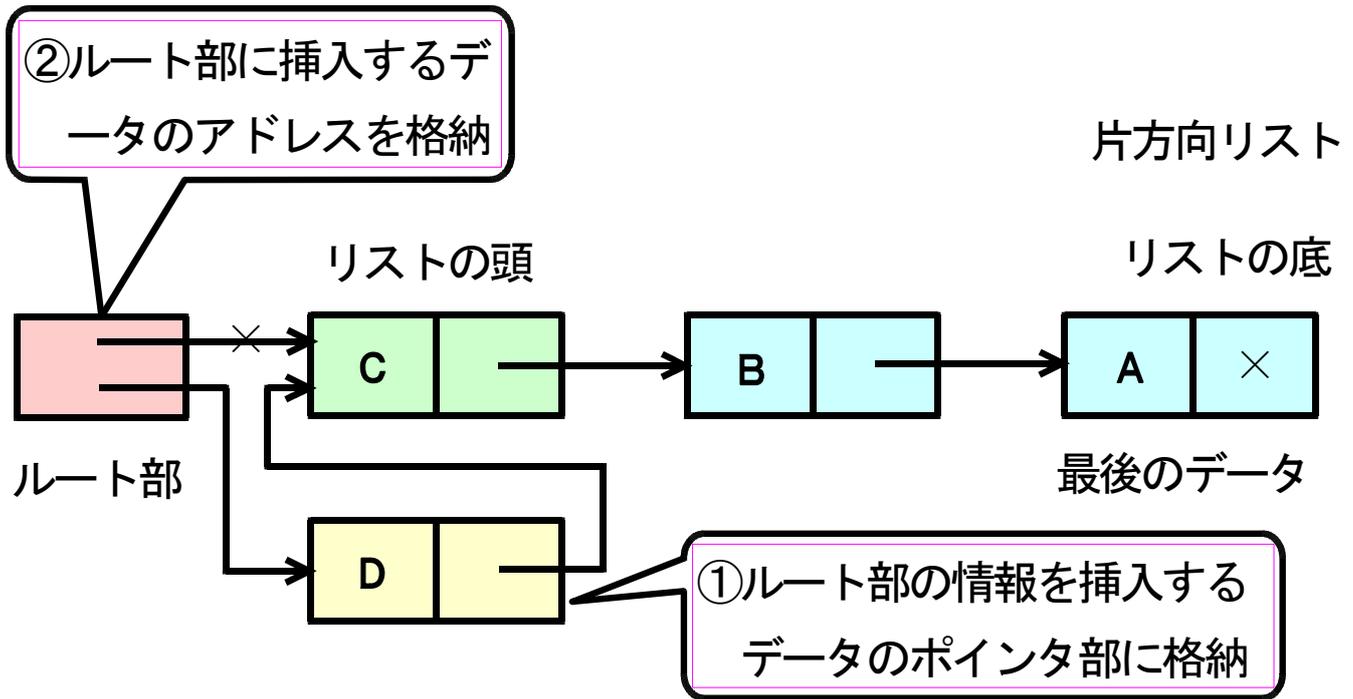
- ① アドレスを格納する領域 Q を確保し、ルート部から最初のデータを読む。

領域 Q は挿入直前のデータのアドレスを確保するために、線形探索の最初から実行する。

線形探索によって、コンピュータが認識できるデータは探索対象のデータであり、直前のデータは認識の対象外になるため特定の記憶領域を利用して直前のデータのアドレスを認識できるようにしておく。

- ② 最初のデータが挿入位置の場合、ルート部の情報を挿入するデータのポインタ部に格納し、挿入するデータのアドレスをルート部に格納し、処理を終了する。
- ③ 探索したデータが挿入位置でない場合、処理④に移り、挿入位置の場合、処理⑤に移る。
- ④ 探索したデータが最後のデータでなければ、探索したデータのアドレスを領域 Q に格納し、探索したデータのポインタ部の情報から次に探索するデータのアドレスを知り、処理③に戻り、最後のデータならば、処理を終了する。
- ⑤ 領域 Q のデータのポインタ部の情報を挿入するデータのポインタ部に格納し、挿入するデータのアドレスを領域 Q のデータのポインタ部に格納し、処理を終了する。

## ◇リストの先頭部に挿入



図はリストの先頭位置にデータを挿入する場合の状態を示したものである。ルート部の操作によって挿入が可能となる。

ルート部の情報をデータDのポインタ部に格納し、ルート部にデータCのアドレスを格納する。

## ◇初期化操作

初期化は、ルート部にリストの終端マークを設定すればよい。ルート部に次の要素のアドレスがなければ、次のデータを探索することができない。

# スタックと待ち行列

## ◆スタックの定義と特徴

### ◇スタックの定義

スタックは、データの挿入と削除が一方の端でのみ行われる。挿入や削除が行われる一方の端を頂上、もう一方の端を底という。挿入をプッシュ(PUSH)、削除をポップ(POP)という。

スタックは、配列またはリストの構造を利用して実現することができる。

### ◇スタックポインタ

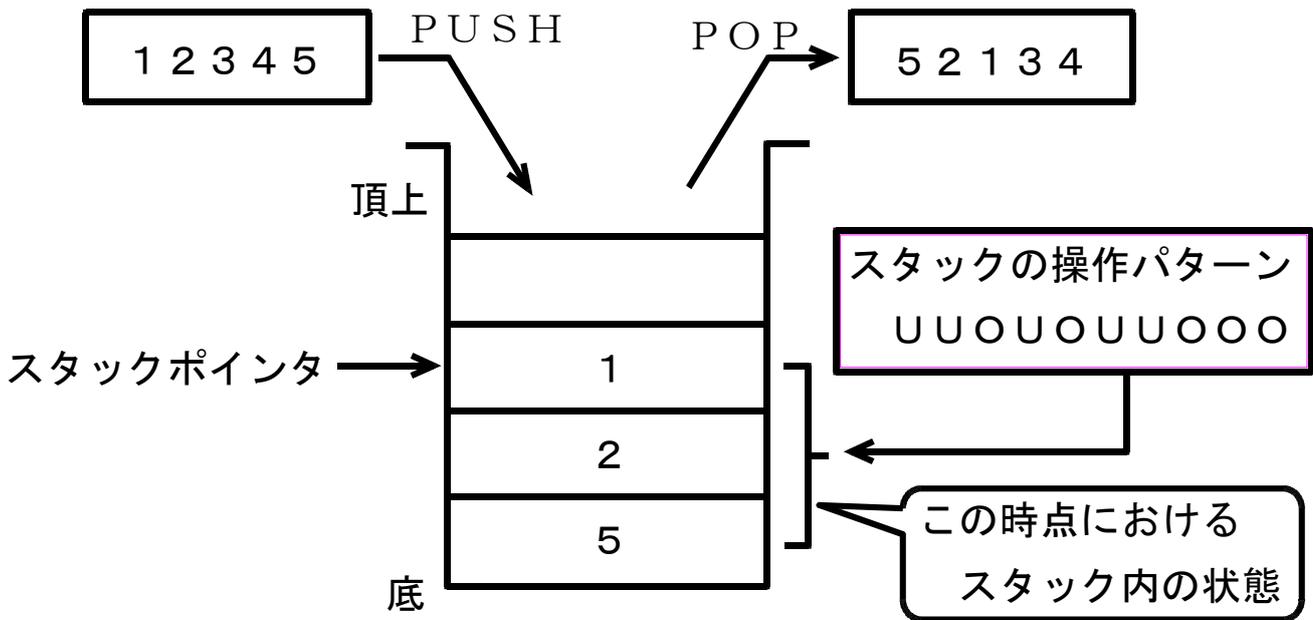
スタックは、スタックポインタという一つの変数によってデータを管理する。スタックポインタはスタック内の一番上のデータのアドレスを示す。データが挿入されるとスタックポインタは1増加し、データが削除されると1減少する。

### ◇スタックの特徴

- ① 要素の挿入や削除がある先頭の領域でのみ行われる。
- ② 後入れ先出しの特徴をもった構造である。
- ③ 要素の挿入をPUSH、取り出しをPOPという。
- ④ プログラムからサブルーチンや関数などを呼び出すときにスタックを使用し、割り込み処理やサブルーチンの戻り番地の管理に利用される。

## ◇スタックに関する操作と状態

- ① プッシュ前のデータの並び
- ② ポップ後のデータの並び
- ③ プッシュ・ポップの操作パターン
- ④ プッシュ・ポップが行われた直後のスタック内のデータの状  
態
- ⑤ スタックポインタの値

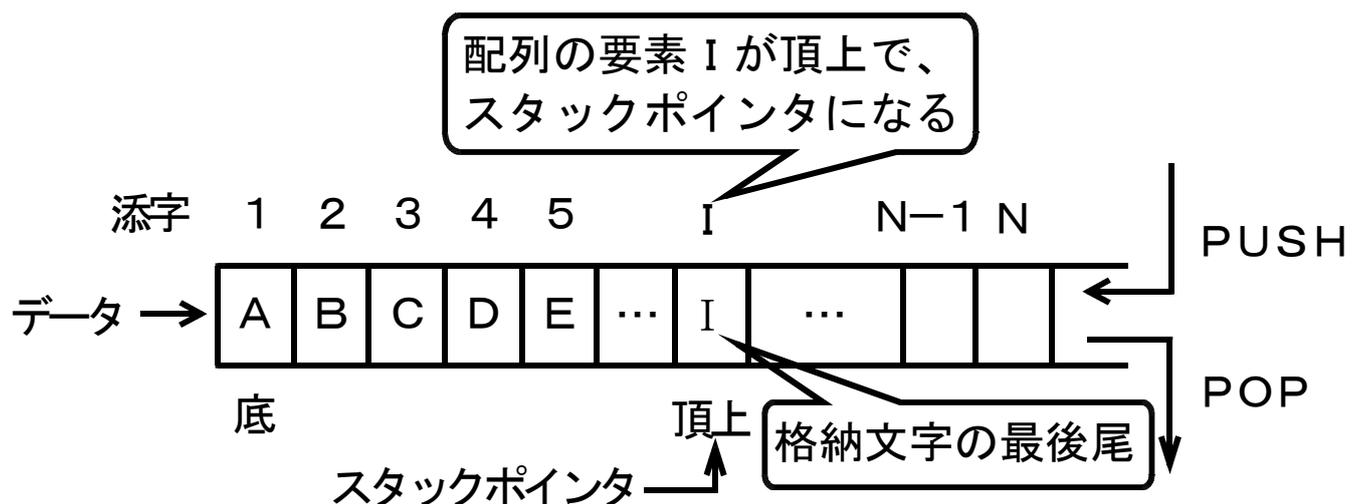


## ◇配列を利用したスタック

大きさ  $N$  の配列  $TBL(I)$  を用いてスタックを実現するとき、 $TBL(1)$  がスタックの底を表し、 $TBL(N)$  がスタックの頂上になる。

スタックポインタはスタックの頂上のアドレスを示し、配列の添字が用いられる。配列の最後尾の添字がスタックポインタになる。

スタックにデータを格納するとき、スタックのオーバーフローをチェックし、スタックからデータを取り出すとき、スタックが空でないことをチェックする。



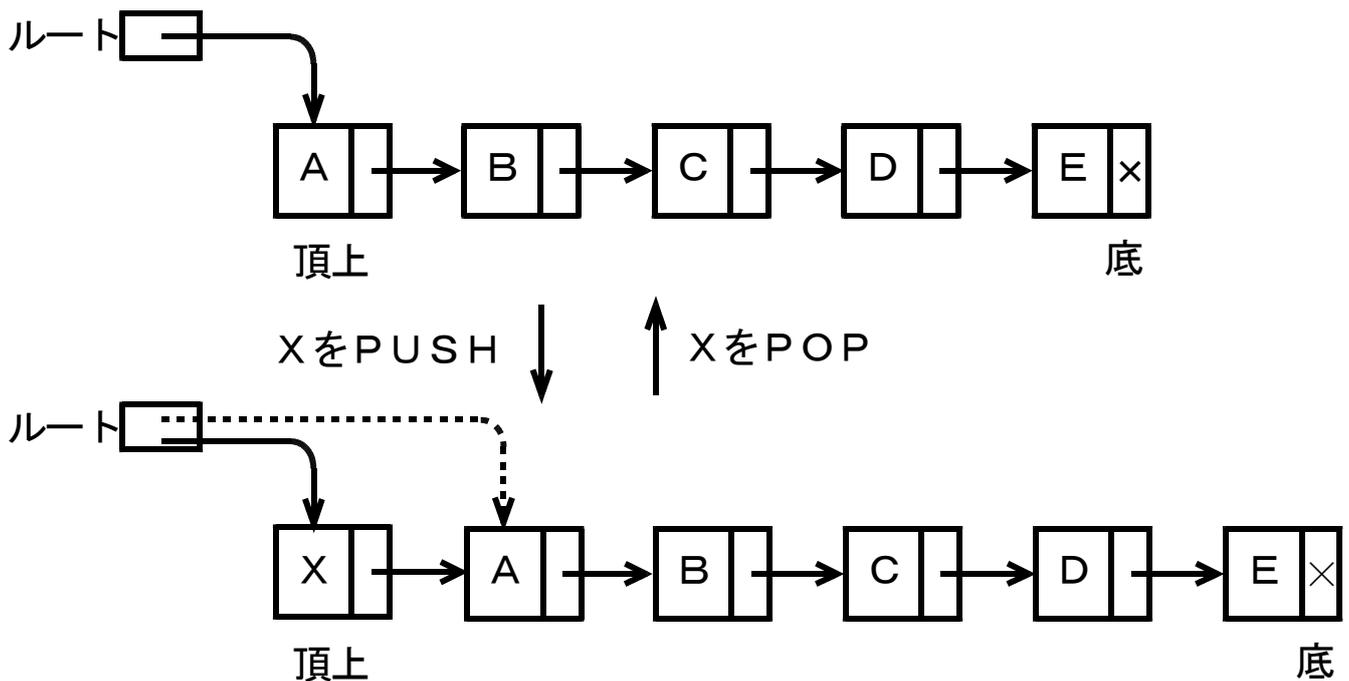
## ◇リストを利用したスタック

リストの最初のデータを頂上とし、リストの最後のデータを底とする。頂上がスタックポインタの位置になる。

スタックへのデータの格納と取り出しはリストの先頭から行う。データの格納はリストの先頭への挿入であり、データの取り出しはリストの先頭のデータを削除することである。

データを取り出すとき、リストが空であるかどうかはルートの内容が終端記号であるかどうかでわかる。

図は E D C B A の 5 個のデータを順次格納されたスタックに、データ X をプッシュした場合を示している。ルート部の情報をデータ A のポインタ部に格納し、ルート部にデータ X のアドレスを格納すればよい。



## ◇スタックを利用した四則演算の例

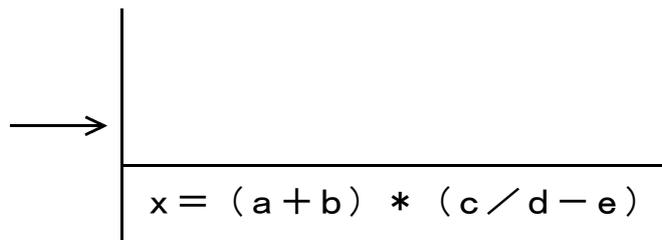
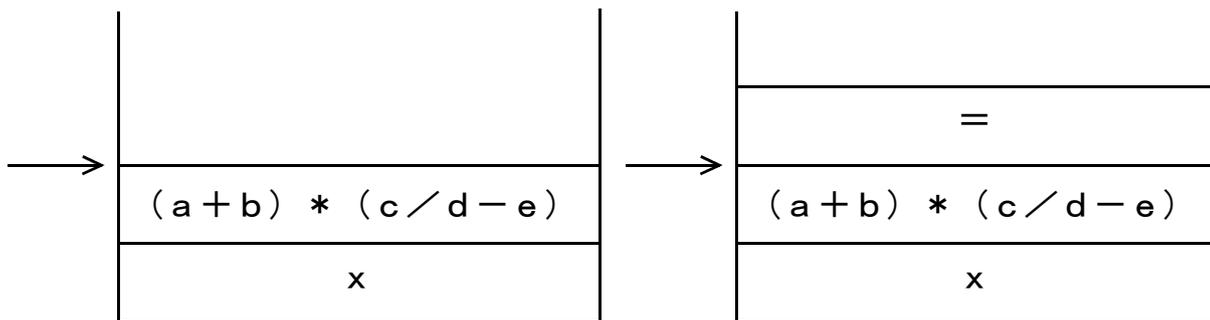
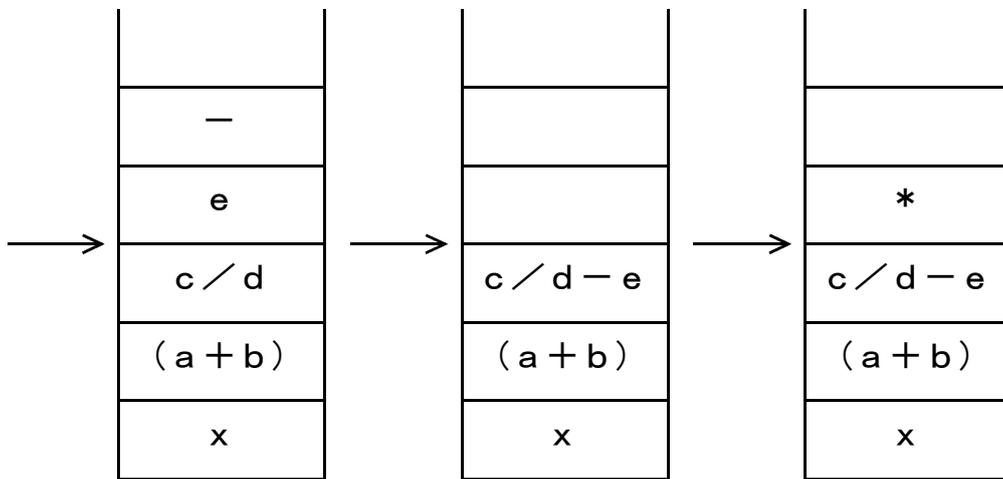
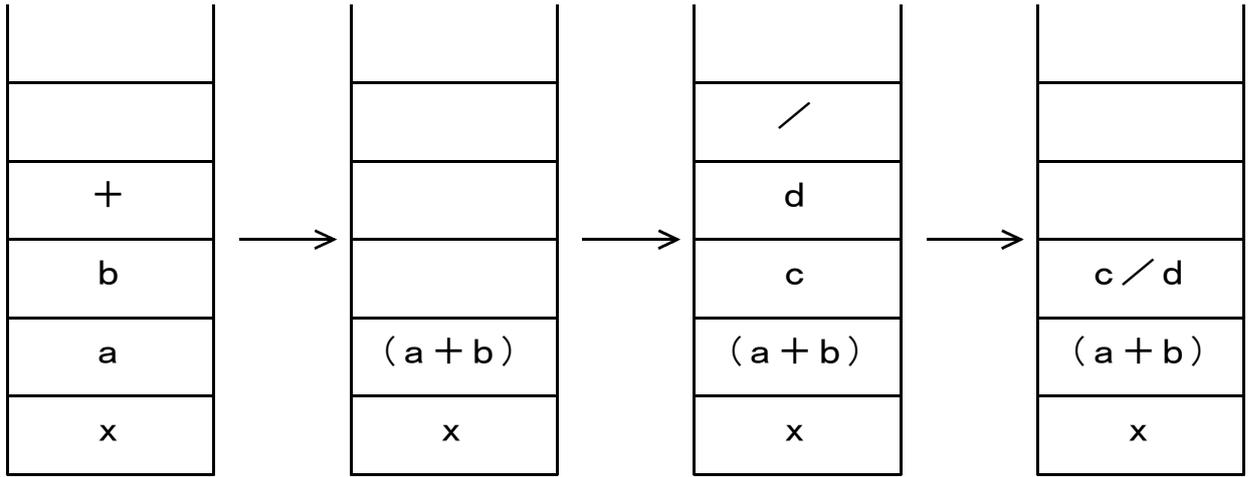
### ① 四則演算式

$$x = (a + b) * (c / d - e)$$

### ② 逆ポーランド記法

$$x \ a \ b \ + \ c \ d \ / \ e \ - \ * \ =$$

### ③ スタックを利用した演算の推移



## ◇スタックを利用した四則演算のアルゴリズム

四則演算式から二分木を作成し、作成した二分木を使用して、後項順の巡回を用いると、逆ポーランド記法を作成することができる。この逆ポーランド記法をスタックを用いて次の処理を実行すると四則演算の結果を求めることができる。

逆ポーランド記法の作成要領は二分木の巡回法を参照のこと。

スタックを利用した逆ポーランド記法のアルゴリズムは次のようになる。

- ① スタックポインタを初期化する。
- ② 先頭から＝が現れるまで、③、④の処理を繰り返す。
- ③ 変数または数値ならばスタックにPUSHする。
- ④ 演算子が現れると、次の処理を行う。
  - Ⓐ スタックから2つの要素を連続してPOPする。
  - Ⓑ 取り出した2つの要素を(後で取り出した要素)演算子(先に取り出した要素)の順に処理する。
  - Ⓒ 演算結果をスタックにPUSHする。
- ⑤ ＝が現れると、スタックの内容をPOPし、処理を終了する。

## ◆待ち行列の定義と特徴

### ◇待ち行列の定義

待ち行列は、一方の端で挿入が行われ、他方の端で削除が行われるものである。新しいデータは最後のデータの後ろに挿入され、最初の古いデータが削除の対象になる。

待ち行列は2つの変数によって管理される。frontは先頭のデータのアドレスであり、rearは末尾の次のアドレスである。

利用例として、多重プログラミングの実行待ちプログラムの待ち行列がある。

### ◇待ち行列の特徴

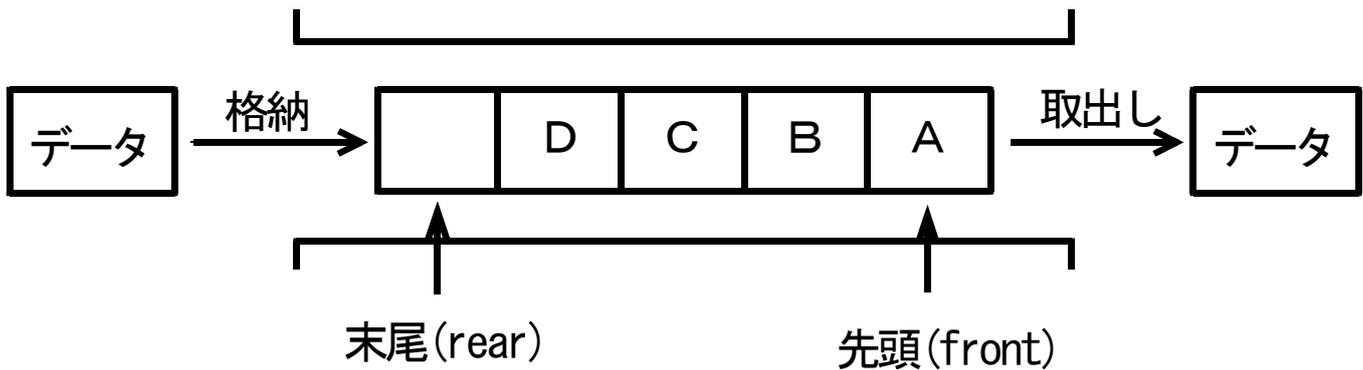
- ① 要素の挿入が一方の端で行われ、取り出しが他方の端で行われるデータ構造である。
- ② 待ち行列は先入先出、F I F Oの特徴をもつ。
- ③ front、rearの二つの変数で管理される。
- ④ サービスを受けるために待っている行列。

### ◇配列を利用した待ち行列

配列を利用して、待ち行列の先頭を示す変数frontと末尾を示す変数rearを定義し、この2つの変数に挟まれる部分を待ち行列と見なす。変数rearは配列の最後の要素の次の要素の添字を示す。

変数rearと変数frontの差がデータの個数を示す。変数rearと変数frontが一致したとき配列が空になる。

## ◇待ち行列の格納・取出しの操作



行列を利用した待ち行列からのデータの取り出し、格納の操作は次のようになる。

- ① 配列の添字の小さい要素から順にデータを格納する。
- ② データを1つ格納すると変数rearを1増加させる。
- ③ データを1つ取出すと変数frontを1増加させる。

図において、待ち行列から先頭のデータAを取り出すと、先頭のポインタfrontはデータBに移動する。

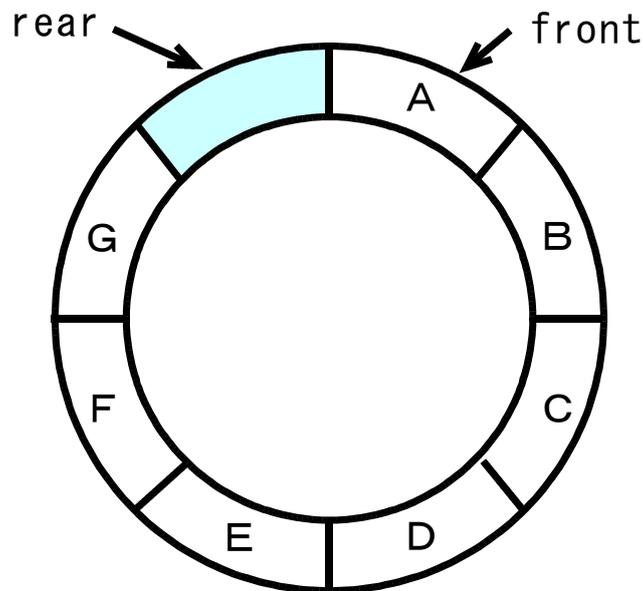
待ち行列にデータEが格納されるとポインタrearはデータEの次の要素に移動する。

## ◇配列を利用した待ち行列の問題点

配列を利用した待ち行列を考えると、無限大の長さの待ち行列が必要になる。メモリ空間内に無限の配列を考えることは不可能であり、リングバッファを利用することになる。

## ◇リングバッファを利用した待ち行列

リングバッファは配列を環状にし、配列の最後の次は配列の先頭を指すように操作する。リングバッファを使用することによって、有限のメモリ領域で待ち行列を実現することができる。



リングバッファが満杯になったとき、先頭＝末尾となり、待ち行列の空の状態 $rear = front$ に等しくなる。満杯と空の状態が同じ条件になり、論理的に矛盾する。

待ち行列が空である変数を設けたり、最大個数－1の個数しか格納できない規則を設けたりして、この矛盾を解決する。

# データ構造問題 1

## 問 1 問題

計算機の中で、時刻などを記憶させる配列と 2 個のポインタを用いて表す F I F O 型のデータ構造はどれか。

- ア リスト
- イ スtring
- ウ スタック
- エ キュー

## ◇問 1 解説

キューに関する問題である。

キュー(待ち行列)は配列またはリストを利用して表すことができる。キューを管理するためにfront、rearの二つのポインタが利用される。

アのリストはデータ部と単一または複数のポインタで管理されるが、ポインタはデータの前後関係を表し、各要素は連続に配置される必要がない。

イのstringは文字を 1 列に並べたものである。

ウのスタックは最後に格納したデータを最初に取り出す L I F O の特徴を持つ。

エのキューは先入れ先出し ( F I F O ) の特徴のあるデータ構造で、先頭を示すfrontと末尾を示すrearの二つのポインタで管理する。求める答えはエとなる。

## ◇問 1 解答 エ

## 問 2 問題

待ち行列に対する操作を次のとおり定義する。

ENQ  $n$  : 待ち行列にデータ  $n$  を挿入する。

DEQ : 待ち行列からデータを取り出す。

空の待ち行列に対し、ENQ 1, ENQ 2, ENQ 3, DEQ, ENQ 4, ENQ 5, DEQ, ENQ 6, DEQ, DEQ の操作を行った。次の DEQ の操作で取り出される値はどれか。

- ア 1
- イ 2
- ウ 5
- エ 6

## ◇問 2 解説

待ち行列の操作に関する問題である。

問題に与えられた手順を逐次実行する。次のようになる。

- ① 3 回の挿入の結果                      3 2 1 先頭
- ② 4 回目で 1 つ取り出す                3 2 先頭
- ③ 2 回挿入した結果                      5 4 3 2 先頭
- ④ 7 回目で 1 つ取り出す                5 4 3 先頭
- ⑤ 1 回の挿入の結果                      6 5 4 3 先頭
- ⑥ 9 回目、10 回目の取出し            6 5 先頭
- ⑦ 次の取出しが求める答えとなる。取り出される数字は 5 である。求める答えはウとなる。

## ◇問 2 解答    ウ

### **問 3 問題**

キューに四つの値 8、3、6、1がこの順に格納されている。  
このキューから最初に取り出される値はどれか。

- ア 1
- イ 3
- ウ 6
- エ 8

### **◇問 3 解説**

キューに関する問題である。

キューの特徴は F I F O であるから、格納した順序に取り出される。

格納順は、 $8 \rightarrow 3 \rightarrow 6 \rightarrow 1$  であるから、最初に取り出される値は 8 であり、求める答えはエとなる。

### **◇問 3 解答 エ**

## 問 4 問題

スタックに関する記述として、適切なものはどれか。

- ア 最後に格納したデータを最初に取り出すことができる。
- イ 最初に格納したデータを最初に取り出すことができる。
- ウ 探索キーからアドレスに変換することによって、データを取り出すことができる。
- エ 優先順位の高いデータを先に取り出すことができる。

## ◇問 4 解説

スタックに関する問題である。

スタックはデータの挿入と削除が一方の端でのみ行われる。挿入をプッシュ(PUSH)、削除をポップ(POP)という。後入先出、LIFOの特徴をもつ。

プログラムからサブルーチンや関数などを呼び出すときにスタックを使用する。

アがスタック、イが待ち行列、ウはハッシュ、エは優先順序別待ち行列であり、求める答えはアとなる。

## ◇問 4 解答 ア

## 問 5 問題

空のスタックに対して次の操作を行った場合、スタックに残っているデータはどれか。

ここで、“push x”はスタックへデータ x を格納し、“pop”はスタックからデータを取り出す操作を表す。

push 1 → push 2 → pop → push 3 → push 4  
→ pop → push 5 → pop

- ア 1 と 3
- イ 2 と 4
- ウ 2 と 5
- エ 4 と 5

## ◇問 5 解説

スタックの操作に関する問題である。

後入れ先出しの特徴を利用して、push、popの操作を実行する。

- ① push 1、push 2 でスタック内は 1、2
- ② pop でスタック内に 1
- ③ push 3、push 4 でスタック内は 1、3、4
- ④ pop でスタック内は 1、3
- ⑤ push 5 でスタック内は 1、3、5
- ⑥ pop でスタック内は 1、3 となる。求める答えはアとなる。

## ◇問 5 解答 ア

## 問 6 問題

A, B, C, Dの順に到着するデータに対して、一つのスタックだけを用いて出力可能なデータ列はどれか。

- ア A, D, B, C
- イ B, D, A, C
- ウ C, B, D, A
- エ D, C, A, B

## ◇問 6 解説

スタックに関する問題である。

ア～エの解答に一致する操作が可能かどうかを検討する。

アの場合、U O U U U Oの操作で、A Dは可能であるが、次にBをPOPすることができない。

イの場合、U U O U U Oの操作で、B Dは可能であるが、次にAをPOPすることができない。

ウの場合、U U U O O U O Oの操作で、C B D Aが可能である。求める答えはウとなる。

エの場合、U U U U O Oの操作で、D Cは可能であるが、次にAをPOPすることができない。

## ◇問 6 解答 ウ

## 問 7 問題

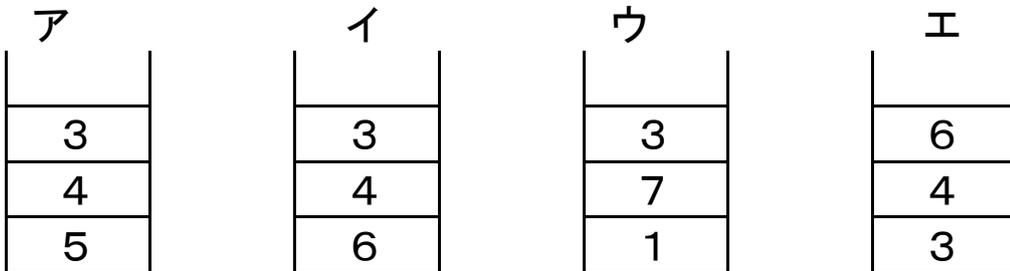
次の二つのスタック操作を定義する。

PUSH : スタックにデータ (整数  $n$ ) をプッシュする。

POP : スタックからデータをポップする。

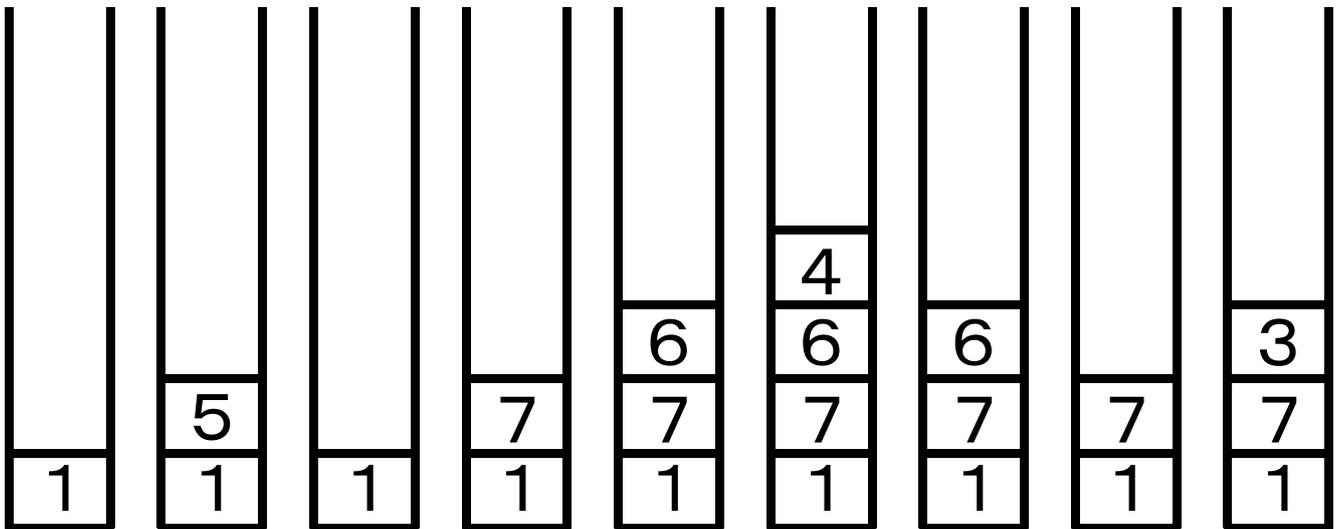
空のスタックに対して、次の順序で操作を行った結果はどれか。

PUSH 1 → PUSH 5 → POP → PUSH 7 → PUSH 6 →  
PUSH 4 → POP → POP → PUSH 3



## ◇ 問 7 解説

スタックの操作に関する問題である。



示された操作パターンであるPUSH、POPの操作を逐次実行する。

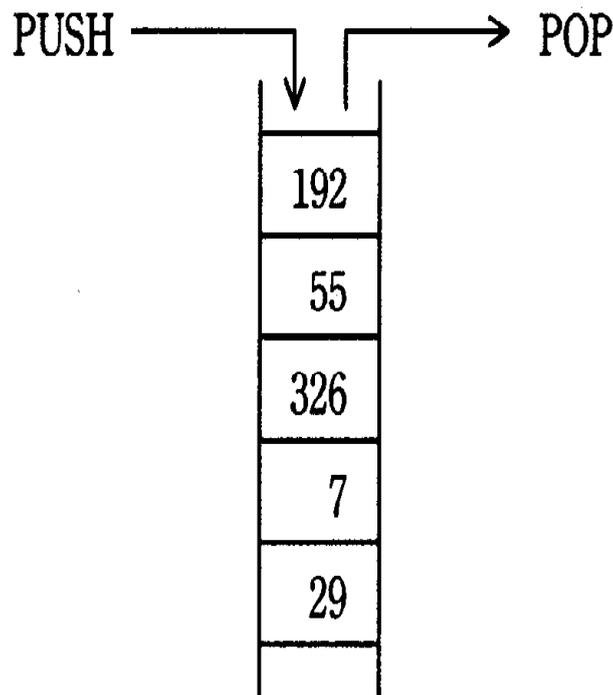
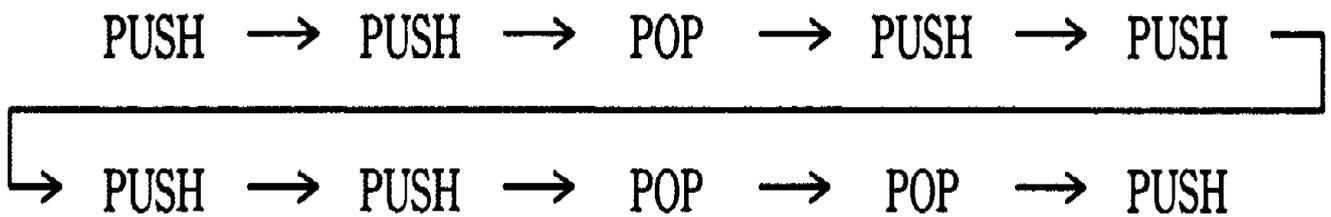
PUSH、POPの操作を実行すると図のようになる。

スタックの最後の結果は、スタックの頂上から順次3、7、1となる。求める答えはウとなる。

## ◇問7解答 ウ

## 問 8 問題

PUSH命令でスタックにデータを入れ，POP命令でスタックからデータを取り出す。動作中のプログラムにおいて，ある状態から次の順で10個の命令を実行したとき，スタック中のデータは図のようになった。1番目のPUSH命令でスタックに入れたデータはどれか。



- ア    7
- イ    2 9
- ウ    5 5
- エ    3 2 6

## ◇問 8 解説

スタックに関する問題である。

最後にPUSHであるから、最後に入れたものから何番前のものが最初のものかを調べればよい。

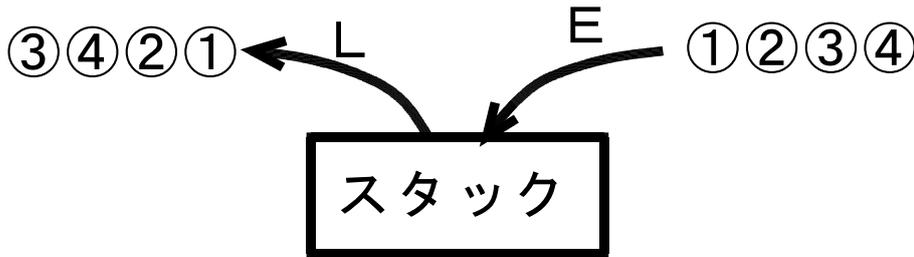
- ① PU→PU→P0の3回の操作で、スタックの中に操作後のものが1個残っている。
- ② PU→PU→PU→PU→P0→P0の6回の操作で、スタックの中に残るのは2個となり、①のものと合わせると3個となる。
- ③ 最後の操作はPUであるから、操作を開始してから後に4個がスタックに残ったことになる。

4番目のものが最初にPUSHしたものであるから7となる。求める答えはアとなる。

## ◇問 8 解答 ア

## 問 9 問題

図のように4個の要素①、②、③、④が順番に入口に並んでいる。入口からスタックに要素を入れる操作をE、スタックから出口に要素を出す操作をLとする。出口に出てくる要素の順序が③、④、②、①になる操作列はどれか。



- ア E E E E L L L L
- イ E E E L E L L L
- ウ E E E L L E L L
- エ E E E L L L E L

## ◇問 9 解説

スタックの操作に関する問題である。

アの場合、E E E E L L L Lであり、1 2 3 4の順にスタックに入り、4 3 2 1の順に取り出される。

イの場合、E E E L E L L Lであり、最初は1 2 3の順にスタックに入り、3が取り出されて、4が入り、次に4 2 1の順に取り出される。取り出した順序は3 4 2 1となる。求める答えはイとなる。

ウの場合、E E E L L E L Lであり、最初は1 2 3の順にスタックに入り、3 2が取り出されて、4が入り、次に4 1の順に取

り出される。取り出した順序は 3 2 4 1 となる。

エの場合、E E E L L L E L であり、最初は 1 2 3 の順にスタックに入り、3 2 1 が取り出されて、4 が入り、4 が取り出される。取り出した順序は 3 2 1 4 となる。

## ◇問 9 解答 イ

## 問10問題

十分な大きさの配列 A と初期値が 0 の変数 p に対して、関数 f (x) と g () が次のとおり定義されている。配列 A と変数 p は、関数 f と g だけでアクセス可能である。

これらの関数が操作するデータ構造はどれか。

```
function f(x) {  
    p = p + 1  
    A[p] = x  
    return None  
}
```

```
function g() {  
    x = A[p]  
    p = p - 1  
    return x  
}
```

- ア キュー
- イ スタック
- ウ ハッシュ
- エ ヒープ

## ◇問10解説

スタックに関する問題である。

function f() は、ポインタ p をインクリメントし、要素番号 p の配列 A の要素に x を格納する。

function g() は、要素番号 p の配列 A の要素の内容を x に代入

して、ポインタ  $p$  をディクリメンとし、 $x$  を戻す。

関数  $f$  はPUSHの操作であり、関数  $g$  はPOPの操作であるから、スタックのデータ構造となる。求める答はイとなる。

## ◇問10解答 イ

## 問11問題

関数や手続を呼び出す際に、戻り番地や処理途中のデータを一時的に保存するのに適したデータ構造はどれか。

- ア 2分探索木
- イ キュー
- ウ スタック
- エ 双方向連結リスト

### ◇問11解説

データ構造に関する問題である。

アの2分探索木は節がある規則によって並べられ、節が探索可能な二分木である。

イのキューは最初に格納されたデータが最初に読み出されるリストである。

ウのスタックは最後に格納されたデータが最初に取り出されるリストであり、関数や手続を呼び出す際に使用する。求める答えはウとなる。

エの双方向連結リストは先行データと後続データの位置情報をもった連結リストである。

### ◇問11解答 ウ

## 問12問題

整数や実数などを格納するスタックがあり、次のルールで運用される。

- (1) 入力値が整数のとき、そのままスタックにプッシュする。
- (2) 入力値が実数のとき、小数部分を切り捨ててスタックにプッシュする。
- (3) 入力値が算術演算子( +、-、\*、/ )のとき、スタックからポップを2回実行し、

式(後からポップされた値)

算術演算子(先にポップされた値)

を実行後、結果をスタックにプッシュする。

例えば演算子が“-”のとき、

(後からポップされた値) - (先にポップされた値)

の演算結果(差)をスタックにプッシュする。

- (4) 入力値がPのとき、スタック上に最新値を表示する。
- (5) 入力値がQのとき、スタックをクリアする。

このスタックに次の5件のデータが、Qを先頭にこの順序で入力されたとき、スタック上の最新値はどれか。

Q、 - 2.5、 3.5、 -、 P

ア	− 6
イ	− 5
ウ	1
エ	5

## ◇問12解説

スタックを使用した四則演算に関する問題である。

次の順序で実行される。

- ① スタックをクリアする
- ② − 2 をスタックにプッシュする。
- ③ 3 をスタックにプッシュする。
- ④ 3、− 2 をポップし、 $-2 - 3 = -5$  を計算する。
- ⑤ − 5 を表示する。

スタック上の最新値は− 5 となり、求める答えはイとなる。

## ◇問12解答 イ

## 問13問題

スタックとキューの二つのデータ構造がある。次の手続きを順に実行した場合、変数  $x$  に代入されるデータはどれか。ここで、データ  $a$  をスタックに挿入することを  $\text{push}(a)$ 、スタックからデータを取り出すことを  $\text{pop}()$ 、データ  $a$  をキューに挿入することを  $\text{enq}(a)$ 、キューからデータを取り出すことを  $\text{deq}()$ 、とそれぞれ表す。

$\text{push}(a)$ 、 $\text{push}(b)$ 、 $\text{enq}(\text{pop}())$ 、 $\text{enq}(c)$ 、 $\text{push}(d)$ 、  
 $\text{push}(\text{deq}())$ 、 $x = \text{pop}()$

- ア a
- イ b
- ウ c
- エ d

## ◇問13解説

スタックとキューに関する問題である。

問題の操作を順次実行すると次のようになる。

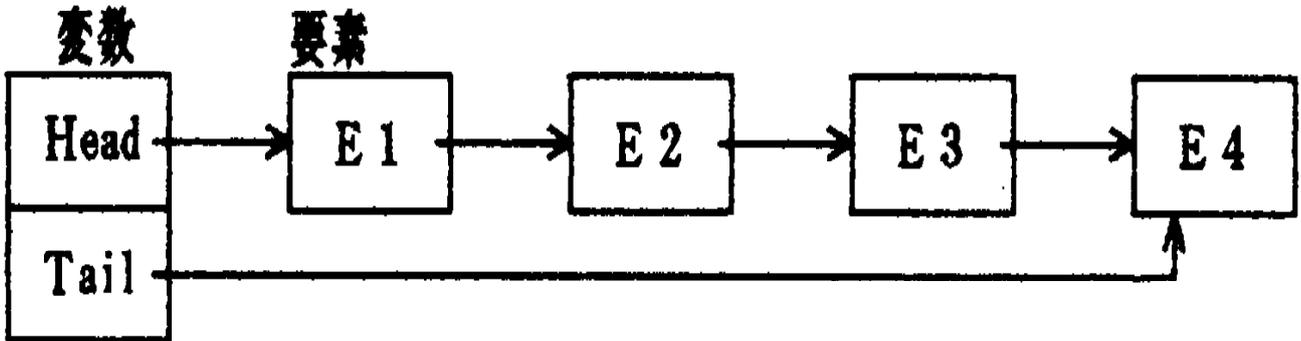
スタック	$a \rightarrow b$	$a \rightarrow a$	$\rightarrow d$	$a \rightarrow b$	$d$	$a \rightarrow d$	$a$
キュー		$\rightarrow b$	$\rightarrow c$	$b \rightarrow c$		$\rightarrow c$	
$x$						$= b$	

$x$  に格納されるのは  $b$  となり、求める答えはイとなる。

## ◇問13解答 イ

## 問14問題

右のような構造をもった線形リストについて、正しい記述はどれか。



- ア 要素の削除に要する処理量は、先頭と最後尾とでほぼ同じである。
- イ 要素の追加と取出し(読出し後削除)を最後尾で行うスタックとしての利用に適している。
- ウ 要素の追加に要する処理量は、先頭と最後尾とでほぼ同じである。
- エ 要素の追加は先頭に、取出し(読出し後削除)は最後尾からとするFIFO(First-in First-out)のキューとしての利用に適している。

## ◇問14解説

リストに関する問題である。

図の線形リストの特徴は次の通りである。

- ① ルート部には先頭のアドレスと最後尾のアドレスがある。
- ② 先頭から2番目のアドレスは先頭の次の位置で読み出せる。
- ③ 最後尾の前の位置は先頭のアドレスから順次求める必要がある。

アの場合、E 1 の削除はHeadの内容をE 2 のアドレスに修正するのみであるが、E 4 の削除はE 3 のアドレスを先頭から順次求めて、Tailの修正をする必要があるため両者の処理量は同じではない。

イの場合、E 4 の追加はTailを操作することで可能であるが、E 4 の削除は、E 4 を削除後、E 3 に設定するために先頭のE 1 から順次探索する必要があり、スタックのような1変数の処理ではできない。

ウの要素の追加は、先頭への追加は新しい要素にE 1 のアドレスを記入し、Headに新しい要素のアドレスを格納すればよい。最後尾への追加は追加する要素にE 4 のポインタの内容を複写し、E 4 のポインタにTailのアドレスを格納し、Tailに新しい要素のアドレスを格納する。従って、先頭から線形探索する必要がなく、両者の処理量はほぼ同じになる。求める答えはウとなる。

エの待ち行列では、リストの構造の先頭から最後尾に繋がっており先頭から取り出されて最後尾に追加される構造になる。図の場合は、先頭に追加されて最後尾から取り出されるため最後尾の次の要素の設定が待ち行列のような仕組みにならない。従って、待ち行列のfront、rearの様な条件にならない。

## ◇問14解答 ウ

## 問15問題

表は、配列を用いた連結セルによるリストの内部表現であり、リスト [東京, 品川, 名古屋, 新大阪] を表している。

このリストを [東京, 新横浜, 名古屋, 新大阪] に変化させる操作はどれか。

ここで、 $A(i, j)$  は表の第  $i$  行第  $j$  列の要素を表す。例えば、 $A(3, 1) = \text{“名古屋”}$  であり、 $A(3, 2) = 4$  である。また、 $\rightarrow$  は代入を表す。

		<b>列</b>	
		<b>A</b>	
		<b>1</b>	<b>2</b>
<b>行</b>	<b>1</b>	“東京”	2
	<b>2</b>	“品川”	3
	<b>3</b>	“名古屋”	4
	<b>4</b>	“新大阪”	0
	<b>5</b>	“新横浜”	

	第1の操作	第2の操作
<b>ア</b>	$5 \rightarrow A(1, 2)$	$A(A(1, 2), 2) \rightarrow A(5, 2)$
<b>イ</b>	$5 \rightarrow A(1, 2)$	$A(A(2, 2), 2) \rightarrow A(5, 2)$
<b>ウ</b>	$A(A(1, 2), 2) \rightarrow A(5, 2)$	$5 \rightarrow A(1, 2)$
<b>エ</b>	$A(A(2, 2), 2) \rightarrow A(5, 2)$	$5 \rightarrow A(1, 2)$

## ◇問15解説

リストに関する問題である。

変更するポインタは、 $A(1, 2)$ と $A(5, 2)$ の2カ所である。

変更する順序が問題になる。まず、 $A(2, 2)$ の内容を $A(5, 2)$ に複写し、その後、 $A(1, 2)$ に5を格納する操作となる。従って、 $A(A(1, 2), 2) \rightarrow A(5, 2)$ 、 $5 \rightarrow A(1, 2)$ となる。求める答えはウとなる。

順序が逆になると、 $A(1, 2)$ を5に変更し、 $A(5, 2)$ の内容を $A(5, 2)$ に格納することになり $A(5, 2)$ の内容が正しくならない。

## ◇問15解答 ウ

## 問16問題

先頭へのポインタ

10
----

アドレス	データ	ポインタ
10	東京	50
30	名古屋	0
50	新横浜	90
70	浜松	30
90	熱海	70
150	静岡	

図は単方向リストを表している。“東京”がリストの先頭であり、そのポインタには次のデータのアドレスが入っている。また、“名古屋”はリストの最後であり、そのポインタには0が入っている。

アドレス150に置かれた“静岡”を、“熱海”と“浜松”の間に挿入する処理として正しいものはどれか。

- ア 静岡のポインタを50とし、浜松のポインタを150とする。
- イ 静岡のポインタを70とし、熱海のポインタを150とする。
- ウ 静岡のポインタを90とし、浜松のポインタを150とする。
- エ 静岡のポインタを150とし、熱海のポインタを90とする。

## ◇問16解説

リスト構造のポインタ操作に関する問題である。

図の内容は、東京→新横浜→熱海→浜松→名古屋の順を示している。

熱海と浜松の間に静岡を挿入すると、東京→新横浜→熱海→静岡→浜松→名古屋となり、熱海のポイントを静岡のアドレス150に変更し、静岡のポイントを浜松のアドレス70に変更すればよい。求める答えはイとなる。

◇問16解答 イ

## 問17問題

次のような双方向のポインタをもつリスト構造のデータがある。社員Gを社員Aと社員Kの間に追加する場合、追加後の表のポインタ a ~ f のうち、追加前と比べて値が変わるのは何か所か。

追加前

アドレス	社員名	次ポインタ	前ポインタ
100	社員A	300	0
200	社員T	0	300
300	社員K	200	100

追加後

アドレス	社員名	次ポインタ	前ポインタ
100	社員A	a	b
200	社員T	c	d
300	社員K	e	f
400	社員G	x	y

- ア 1
- イ 2
- ウ 3
- エ 4

## ◇問17解説 イ

リストの挿入に関する問題である。

社員Aと社員Kの間に社員Gを挿入した場合のポインタは表のようになる。

a ~ f の間で変化したのは a の 300 → 400 と f の 100 →

400の2カ所である。  
求める答えはイとなる。

アドレス	社員名	次ポイント	前ポイント
100	社員A	400	0
200	社員T	0	300
300	社員K	200	400
400	社員G	300	100

◇問17解答 イ

## 問18問題

配列と比較した場合の連結リストの特徴に関する記述として、適切なものはどれか。

- ア 要素を更新する場合、ポインタを順番にたどるだけなので、処理時間は短い。
- イ 要素を削除する場合、削除した要素から後ろにあるすべての要素を前に移動するので、処理時間は長い。
- ウ 要素を参照する場合、ランダムにアクセスできるので、処理時間は短い。
- エ 要素を挿入する場合、数個のポインタを書き換えるだけなので、処理時間は短い。

## ◇問18解説

連結リストの特徴に関する問題である。

アのリストの更新はポインタを順番にたどり目的のデータの更新を行うため配列よりも処理時間は長くなる。

イの削除の場合、削除要素の後方の要素を前に移動させるのは配列の特徴である。

ウのランダムに参照できるのは配列の特徴である。

エの挿入の場合、数個のポインタを書き換えるだけという特徴はリストの特徴である。求める答えはエとなる。

## ◇問18解答 エ

## 問19問題

次の規則に従って配列の要素  $A[0]$ ,  $A[1]$ , ...,  $A[9]$  に正の整数  $k$  を格納する。

16, 43, 73, 24, 85 を順に格納したとき, 85 が格納される場所はどこか。

ここで,  $x \bmod y$  は  $x$  を  $y$  で割った剰余を返す。また, 配列の要素はすべて 0 に初期化されている。

〔規則〕

- (1)  $A[k \bmod 10] = 0$  ならば,  
 $k \rightarrow A[k \bmod 10]$  とする。
- (2) (1) で格納できないとき,  
 $A[(k+1) \bmod 10] = 0$  ならば,  
 $k \rightarrow A[(k+1) \bmod 10]$  とする。
- (3) (2) で格納できないとき,  
 $A[(k+4) \bmod 10] = 0$  ならば,  
 $k \rightarrow A[(k+4) \bmod 10]$  とする。

- ア  $A[3]$
- イ  $A[5]$
- ウ  $A[6]$
- エ  $A[9]$

## ◇問19解説

配列を利用したハッシュ法に関する問題である。

1 6、4 3、7 3、2 4、8 5の格納位置を示すと次の表のようになる。

A(0)	A(1)	A(2)	A(3)	A(4)
			4 3	7 3

A(5)	A(6)	A(7)	A(8)	A(9)
2 4	1 6			8 5

8 5が格納されるのはA(9)となる。求める答えはエとなる。

◇問19解答 エ

## **問20問題**

三次元の配列を表すとき“ $X(I, J, K)$ ”と表記するが、このとき、 $J$ が表しているものはどれか。

- ア 行
- イ 面
- ウ 要素
- エ 列

### **◇問20解説**

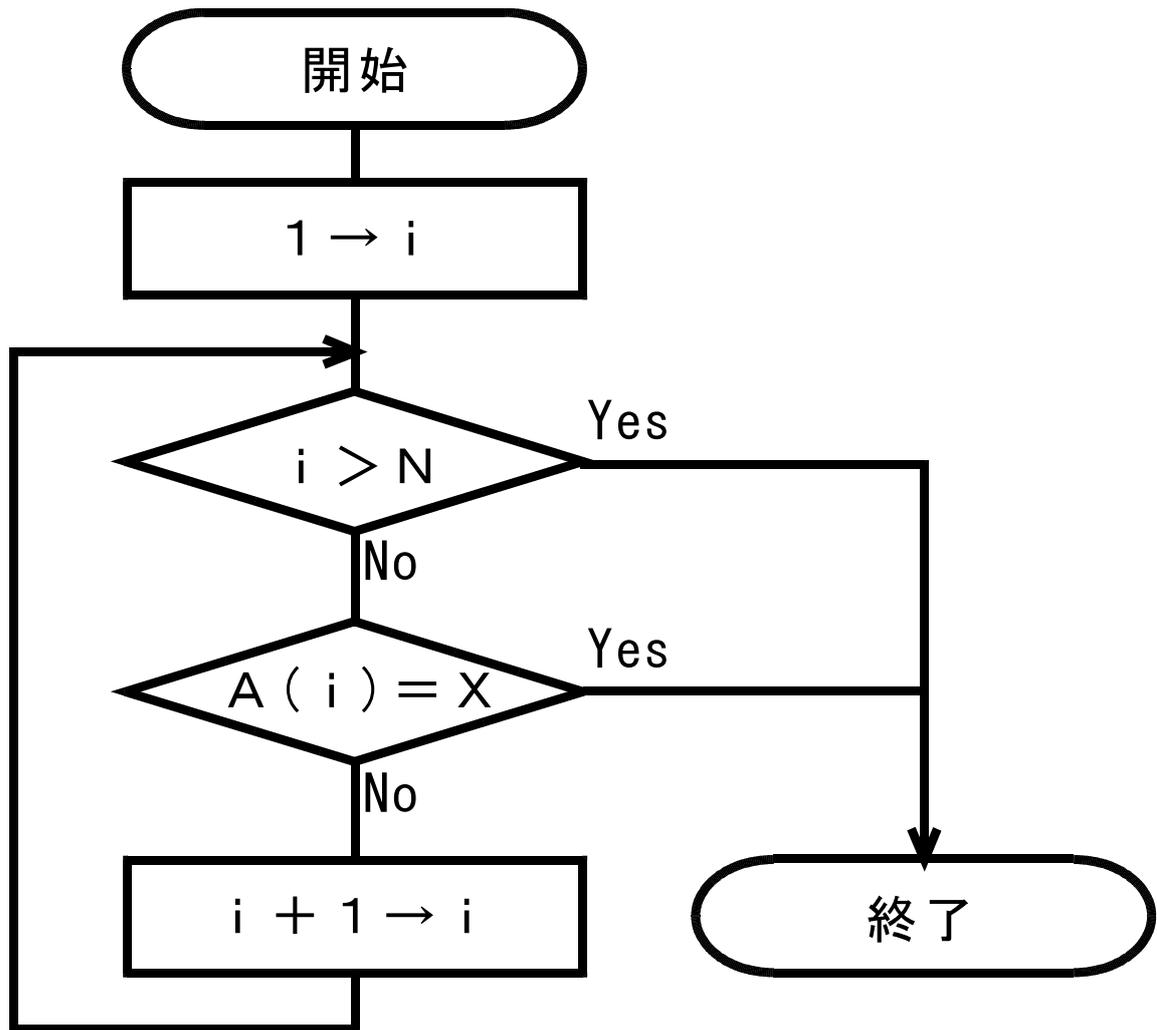
3次元配列の問題である。

3次元の配列は、面、行、列で表現される。

$I$ は面、 $J$ は行、 $K$ は列を表す。従って、 $J$ は行を表す。求める答えはアとなる。

### **◇問20解答 ア**

## 問21問題



N個の要素からなる配列Aの各要素に整数が格納されている ( $N > 1$ )。Xと同じ値が何番目の要素に格納されているかを調べる流れ図である。この流れ図の実行結果として、正しい記述はどれか。

- ア Xと同じ値が配列中にない場合、iには1が設定されている。
- イ Xと同じ値が配列中にない場合、iにはNが設定されている。
- ウ Xと同じ値が配列の1番目とN番目にある場合、iには1が設定されている。
- エ Xと同じ値が配列の1番目とN番目にある場合、iにはNが設定されている。

## ◇問21解説

配列を利用した線形探索に関する問題である。

配列を利用した探索には、線形探索、2分探索、直接探索がある。

線形探索は、先頭または最後尾の要素から順次比較しながら探索する。

2分探索は、中央の値と探索すべき値を比較して、その大小関係で探索範囲を1/2に狭めて等しい値が探索されるまで繰り返す操作で探索する。

直接探索は、添字で特定し探索する。

アは同じ値が配列にない場合であるから、配列をN回調査して  $i = N + 1$  になると繰り返しから脱出する。従って、 $i = 1$  ではない。

イは  $i$  には  $N + 1$  が設定される。Nではない。

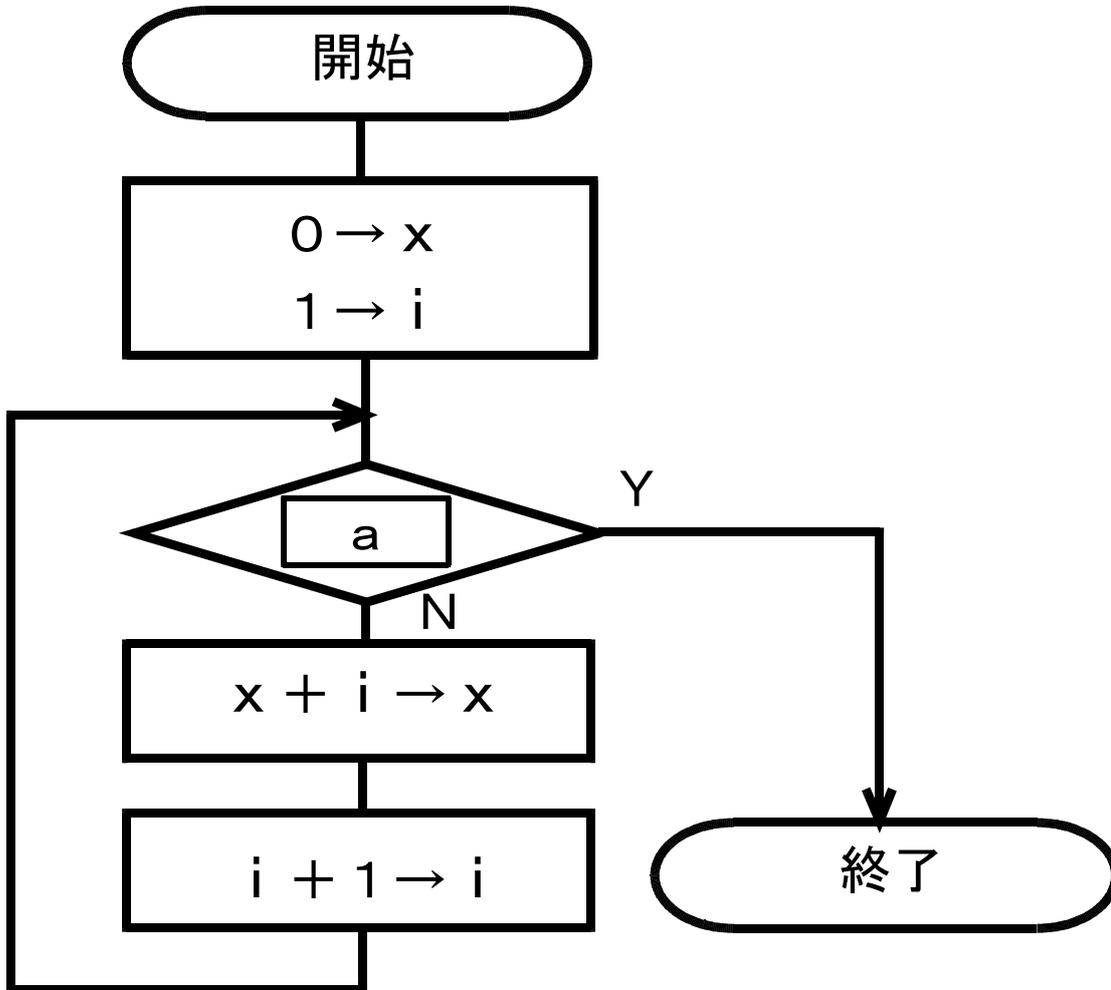
ウはXが見つかりと終了するため、 $i = 1$  である。正しい。求める答えはウである。

エは  $i = 1$  であって、 $i = N$  ではない。

## ◇問21解答 ウ

## 問22問題

流れ図は、1から $N$  ( $N \geq 1$ )までの整数の総和( $1 + 2 + \dots + N$ )を求め、結果を変数 $x$ に入れるアルゴリズムを示している。流れ図中の $a$ に当てはまる式はどれか。



- ア  $i = N$
- イ  $i < N$
- ウ  $i > N$
- エ  $x > N$

## ◇問22解説

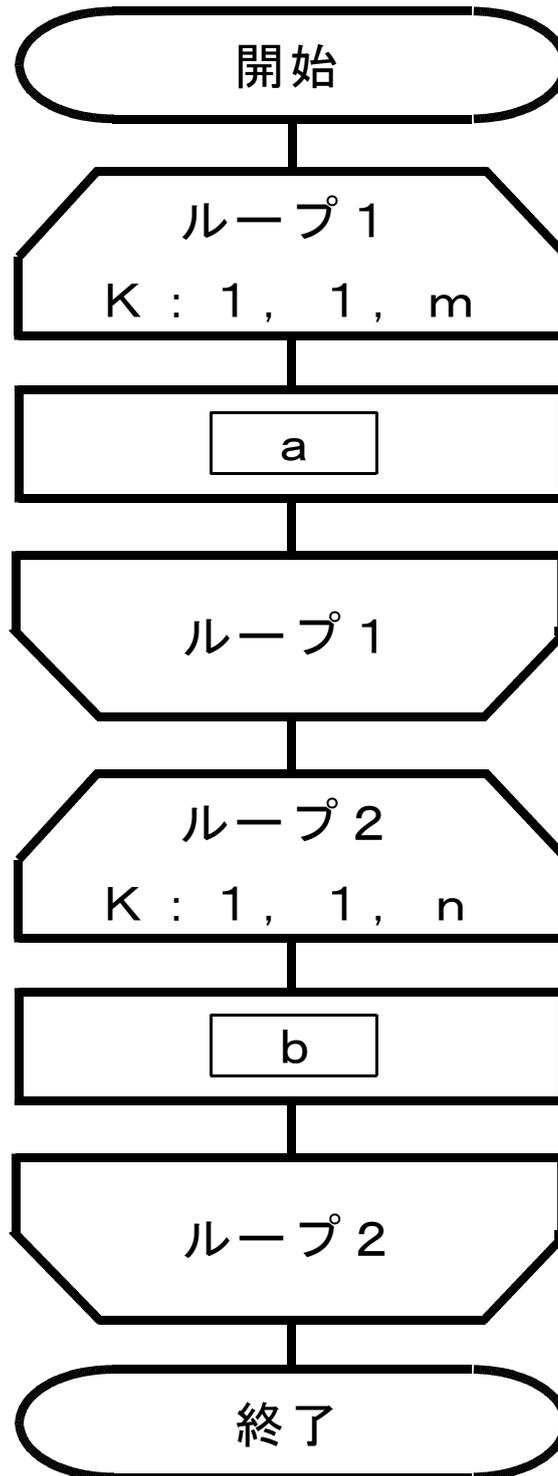
流れ図に関する問題である。

流れ図は 1 ~ N までの整数の総和を求める問題である。

a は終了条件の判定であるから  $i > N$  となる。求める答えはウとなる。

## ◇問22解答 ウ

## 問23問題



長さ  $m$ 、 $n$  の文字列を格納した配列  $X$ 、 $Y$  がある。図はこれらの文字列をこの順に連結した文字列を配列  $Z$  に格納する処理の流れ図である。  $a$ 、 $b$  に入れる処理として、正しいものはどれか。ここで、1文字が一つの配列要素に格納されるものとする。

	a	b
ア	$X(k) \rightarrow Z(k)$	$Y(k) \rightarrow Z(m+k)$
イ	$X(k) \rightarrow Z(k)$	$Y(k) \rightarrow Z(n+k)$
ウ	$Y(k) \rightarrow Z(k)$	$X(k) \rightarrow Z(m+k)$
エ	$Y(k) \rightarrow Z(k)$	$X(k) \rightarrow Z(n+k)$

## ◇問23解説

2つの配列を結合する流れ図に関する問題である。

結合する手順は次の通りである。

- ① 最初に大きさ  $m$  の配列  $X(k)$  を配列  $Z$  に格納する。
- ② 配列  $X$  を格納後の配列  $Z$  の大きさは  $m$  である。
- ③ その次に大きさ  $n$  の配列  $Y(k)$  を配列  $Z$  に格納する。
- ④ 配列  $Y$  は  $Z(m+1)$  から  $Z(m+n)$  の要素に格納される。
- ⑤ 配列  $X$ 、 $Y$  を格納後の配列  $Z$  の大きさは  $m+n$  となる。

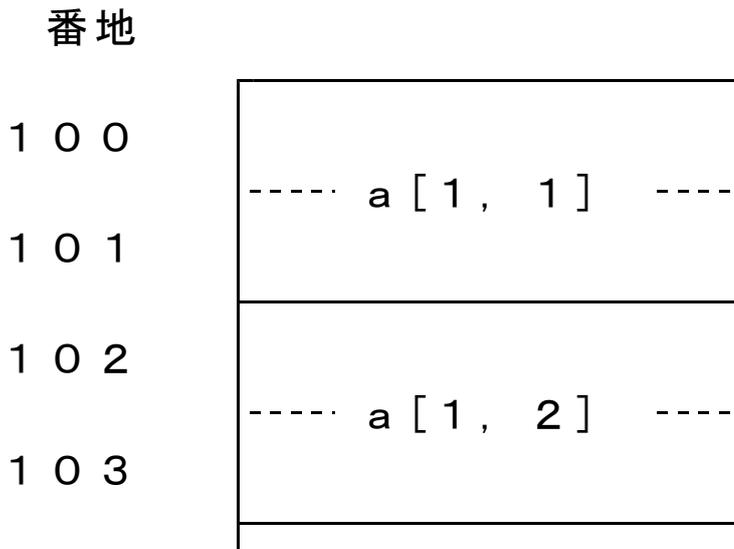
ループ1は、配列  $X$  から配列  $Z$  への文字列の格納処理である。従って、配列  $X$  の長さは  $m$  であるから、 $X(k) \rightarrow Z(k)$  となる。

ループ2は、配列  $Y$  から配列  $Z$  の  $m+1$  番目の要素から  $n$  個の要素を配列  $Z$  に格納し、配列の要素番号  $m+n$  までの要素に格納する。即ち、 $Y(k) \rightarrow Z(m+k)$  となる。

$a$ 、 $b$  の組み合わせはアとなる。求める答えはアとなる。

## ◇問23解答 ア

## 問24問題



10行10列の2次元配列aを、次のようにメモリ上の連続した領域へ行方向に格納するとき、a[5, 6]が格納される場所の番地はどれか。

ここで、番地は10進数表示とする。

- ア 145
- イ 185
- ウ 190
- エ 208

### ◇問24解説

2次元配列を1次元配列に換算する問題である。

a[i, j]を格納するアドレスは次式から計算する。

$$100 + 2 \times \{(j - 1) + 10 \times (i - 1)\}$$

上記の式を用いて a [ 5、 6 ] を計算すると、次のようになる。

$$100 + 2 \times (5 + 40) = 100 + 90 = 190$$

求める答えはウとなる。

### ◇問24解答 ウ

# 問25問題

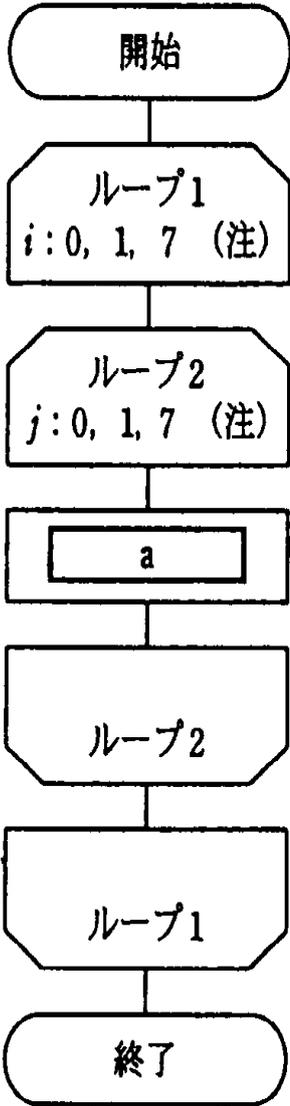


図1 流れ図

		$j$							
		0	1	2	3	4	5	6	7
$i$	0		*	*	*	*	*	*	
	1		*						
	2		*						
	3		*	*	*	*			
	4		*						
	5		*						
	6		*						
	7		*						

図2 配列Aの状態

		$j$							
		0	1	2	3	4	5	6	7
$i$	0								
	1	*	*	*	*	*	*	*	*
	2					*			*
	3					*			*
	4					*			*
	5								*
	6								*
	7								

図3 実行後の配列Bの状態

(注) ループ端の繰返し指定は、  
変数名：初期値，増分，終値  
を示す。

配列Aが図2の状態のとき，図1の流れ図を実行すると，配列Bが図3の状態になった。図1のaに入れるべき操作はどれか。

ここで，配列A，Bの要素をそれぞれA(i, j)，B(i, j)とする。

ア A(i, j) → B(i, 7 - j)

イ A(i, j) → B(j, 7 - i)

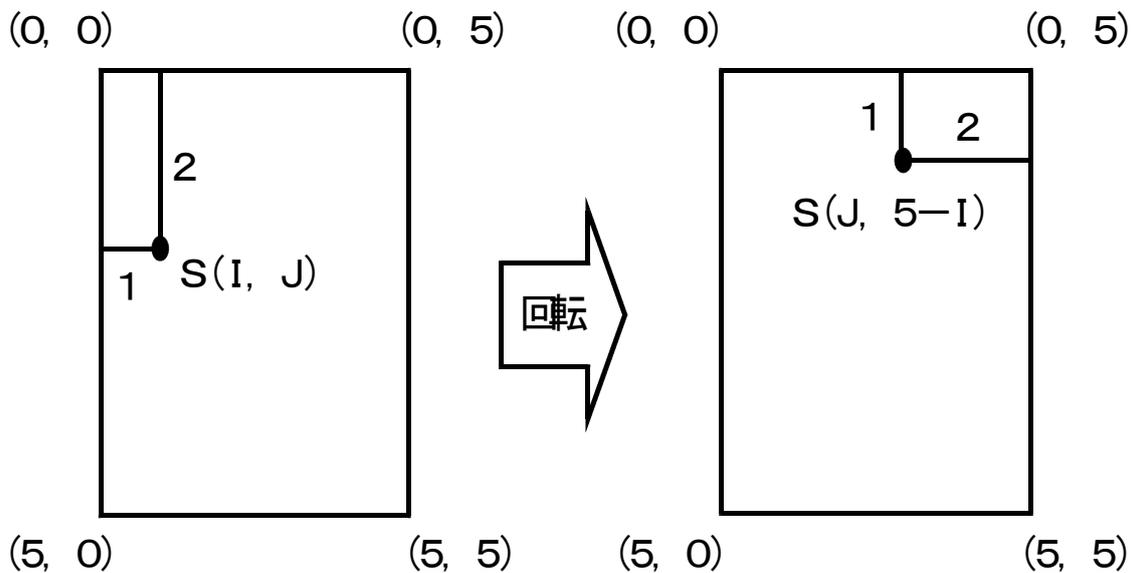
- ウ  $A(i, j) \rightarrow B(7 - j, i)$
- エ  $A(i, j) \rightarrow B(7 - i, 7 - j)$

### ◇問25解説

2次元グラフの回転に関する問題である。

2次元のグラフを90度右に回転させる問題である。図は右に90度回転させた場合の座標の変化を示したものである。

点Sの座標(I, J)は、90度右に回転すると新しい座標は(J, 5 - I)に変化する。長さ1、2の変化に着目する。左の図の2はIに相当し、1はJに相当する。従って、右に90度回転後は、1のJはIの座標に、2の5 - IはJの座標になる。



同様に考えると、図2のjの値が図3のiの値になり、図2のiの値は7 - jとなる回転となる。従って、式は  $A(i, j) \rightarrow B(j, 7 - i)$  となり、求める答えはイとなる。

### ◇問25解答 イ

## 問26問題

節点  $1, 2, \dots, n$  をもつ木を表現するために、大きさ  $n$  の整数型配列  $A[1], A[2], \dots, A[n]$  を用意して、節点  $i$  の親の番号を  $A[i]$  に格納する。節点  $k$  が根の場合は  $A[k] = 0$  とする。

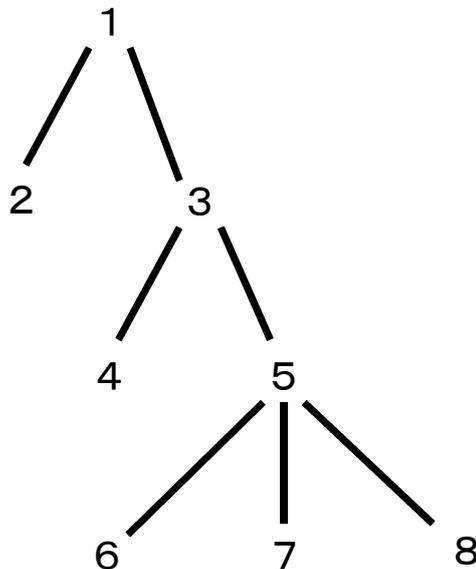
表に示す配列が表す木の葉の数は、幾つか。

$i$	1	2	3	4	5	6	7	8
$A[i]$	0	1	1	3	3	5	5	5

- ア 1
- イ 3
- ウ 5
- エ 7

## ◇問26解説

木構造に関する問題である。



与えられた配列表を利用して木構造を作成すると図のようになる。

配列表の配列の値は親の番号である。

ノード1の子は2、3である。

ノード3の子は4、5である。

ノード5の子は6、7、8である。

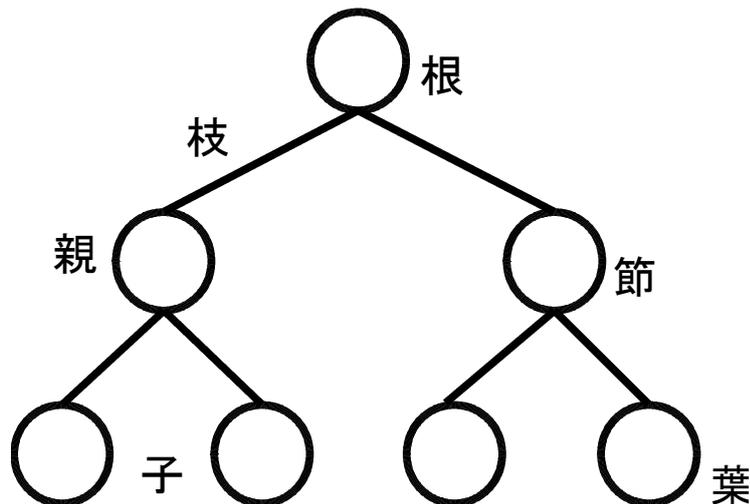
葉は2、4、6、7、8の5個である。求める答えはウとなる。

## ◇問26解答 ウ

# 二分木

## ◆二分木の定義と表現

### ◇木構造(ツリー構造)の構成要素



要素名	説明
ノード(節)	キー値、データが対応
ブランチ(枝)	ノードとノードを結ぶライン
ルート(根)	最上位のノード、親を持たないノード
子	ノードの下部に分岐するノード、 親のノードの下部のノード
親	分岐元のノード、子の上部のノード
リーフ(葉)	最下位のノード、子を持たないノード

### ◇二分木の定義

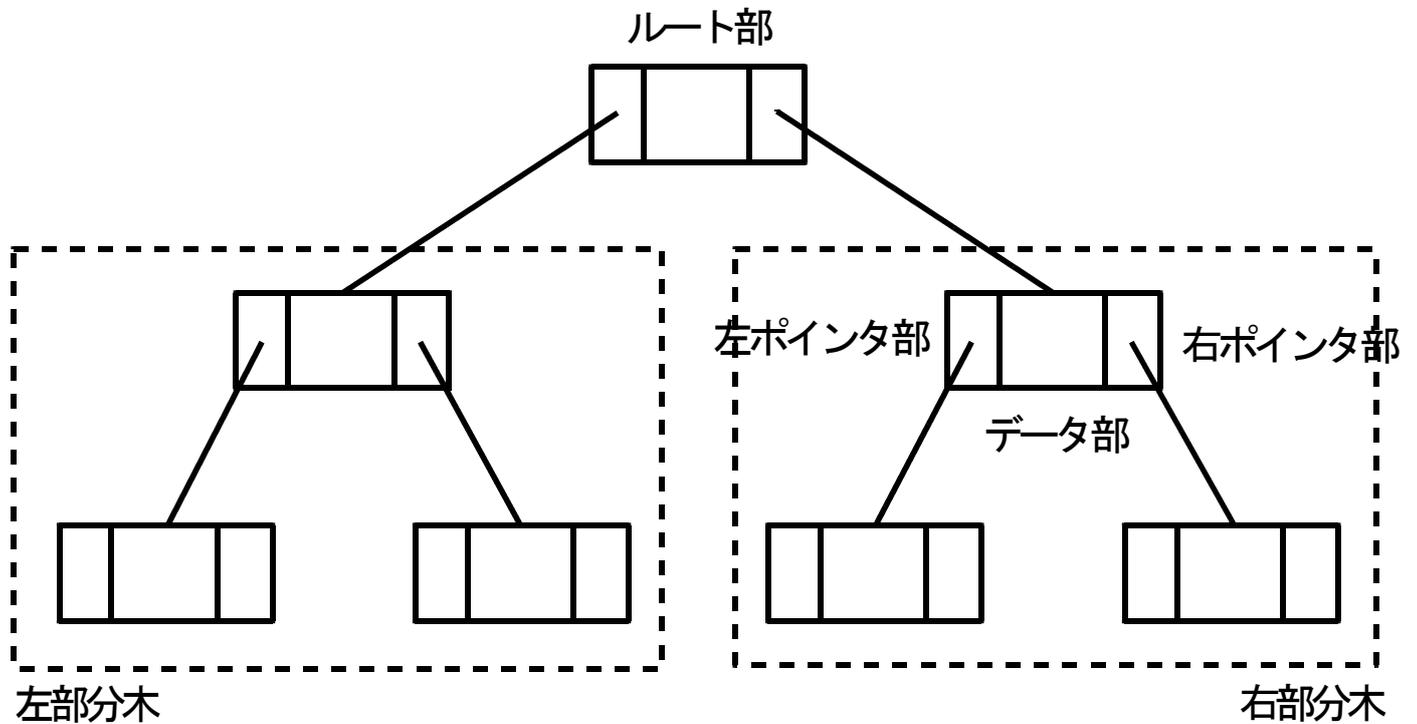
空の木は二分木である。

次のいずれかを満足する節だけからなる木は二分木である。

- ① 子をもたない木
- ② 左の子だけもつ木

- ③ 右の子だけもつ木
- ④ 左右二つの子をもつ木

## ◇部分木



左の子を根とする部分木を左部分木、右の子を根とする部分木を右部分木という。

二分木はデータ部とポインタ部で構成する。

二分木は最高二つの子をもつので、ポインタ部も二つ必要である。左の子のアドレスを示すポインタ部を左ポインタ、右の子のアドレスを示すポインタ部を右ポインタという。

## ◆二分探索木の定義と探索

### ◇二分探索木の条件

任意の根とその部分木について、左部分木に含まれる各要素は根の要素よりも小さい。

任意の根とその部分木について、右部分木に含まれる各要素は根の要素よりも大きい。

二分木において、任意に選んだすべてのノードについて、左部分木のすべてのノードの値に対して、任意のノードの値が大きく、右部分木のすべてのノードの値に対して、任意のノードの値が小さい場合、その二分木は二分探索木である。

### ◇二分探索木を使用した探索

根から枝分かれした二分探索木のデータ構造を利用して、データの探索を行うことができる。

二分探索木の条件に従って、各節にデータを置き、根から葉に向かって辿る経路がそのまま探索のアルゴリズムになる。

節の値と探索データの値を比較して、探索データの値が小さい場合は左の部分木を、探索データが大きい場合は右の部分木を探索する。

### ◇二分探索木の探索手順

- ① 探索データをKとする。
- ② 根の値とKを比較する。
- ③ 根の値 = Kならば、探索成功で処理を終了する。

- ④ 根の値  $> K$  ならば、探索データは左部分木にあるので左の節を次の根と考えて②に戻る。
- ⑤ 根の値  $< K$  ならば、探索データは右部分木にあるので右の節を次の根と考えて②に戻る。
- ⑥ 比較対象となる根が存在しなくなると、該当する探索データが存在しないことになり、探索不成功で処理を終了する。

## ◇二分探索木の探索時間

探索時間は枝分かれしているレベルの高さに依存する。探索木のレベルが高いほど探索に時間がかかる。二分探索木ではレベルが低いほど効率がよいことになる。

# ◆二分探索木の挿入

## ◇挿入位置の探索

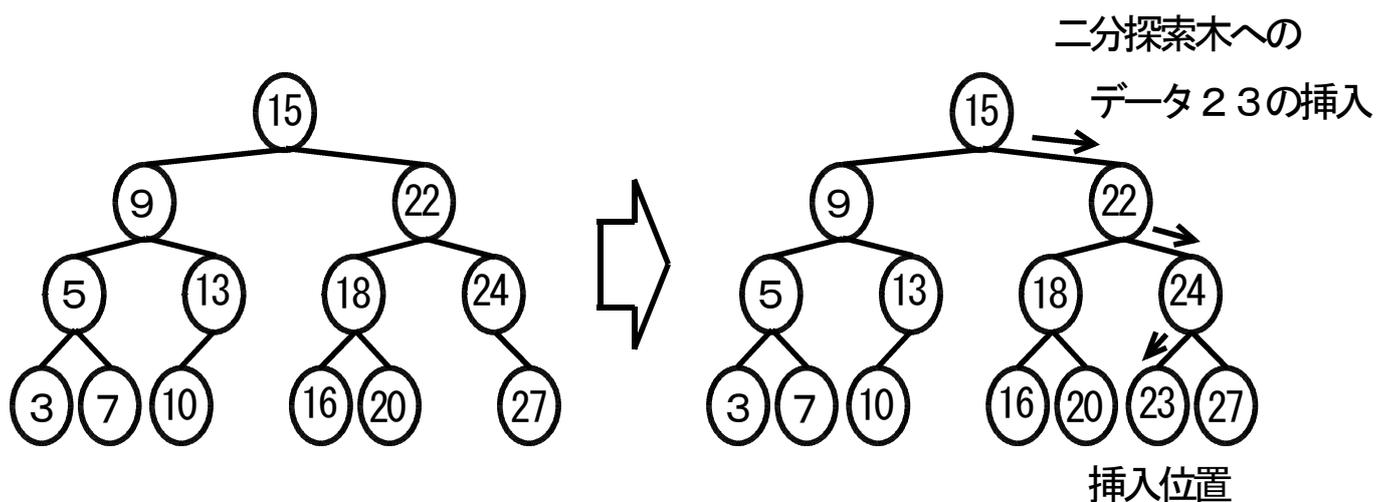
挿入位置を見つけるために、挿入するデータを探索データとして二分探索木による探索を実行する。根からはじめて二分探索木を葉に向かって辿り探索する。

## ◇二分探索木のデータの挿入手順

- ① 探索は二分探索木の根から始める。
- ② 探索データの値と節の値を比較する。

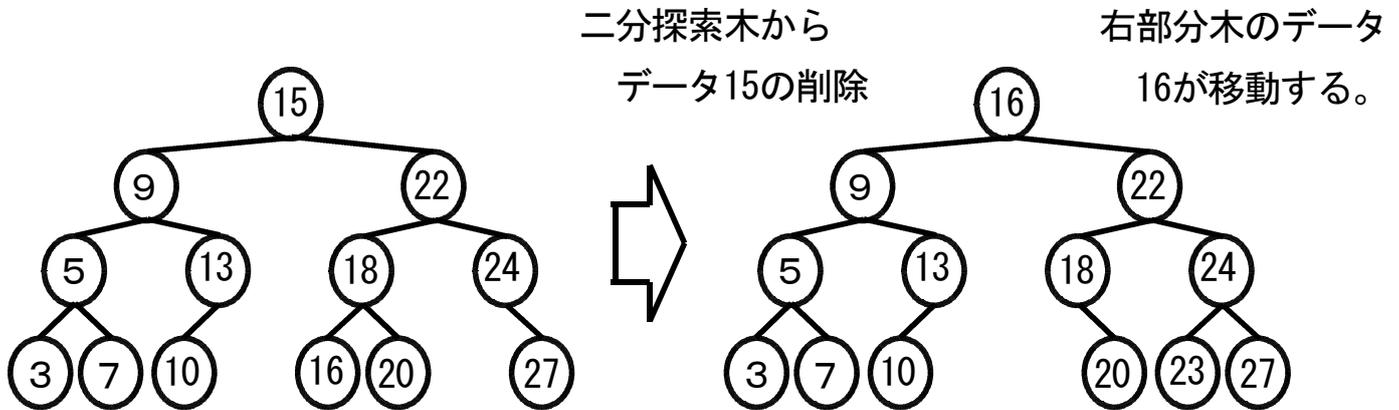
探索データと節の値が一致すると、挿入データが挿入済みであるので処理を終了する。探索データが小さいと、左の節に移動する。探索データが大きいと、右の節に移動する。

- ③ 探索すべき節または葉が存在しなくなると、その位置に新しいデータを挿入する。探索すべき節が存在すると、②にもどる。



## ◆二分探索木の削除

### ◇データの削除



左部分木のデータ13が移動することも可能である。

削除するデータを探索し、削除したデータを節とする右部分木または左部分木を考えて、左部分木の最も大きい値の節かまたは右部分木の最も小さい値の節を削除した節に移動させる。以下同様の処理を繰り返す。

### ◇二分探索木のデータの削除手順

- ① 二分探索木を探索し、削除すべきデータを見つけ削除する。
- ② 削除した節が子を持たないときは何もしない。
- ③ 削除した節が子を一つ持つとき、その子を親の代わりにする。
- ④ 削除した節が子を二つ持つ場合は、右部分木に含まれる最小のデータまたは左部分木に含まれる最大のデータを親の代わりとして移動する。
- ⑤ 移動した子が更に子を持つときは、移動した子が削除されたものとして、同様の処理を繰り返す。

## ◆二分木の巡回法

### ◇深さ優先順

深さ優先順の巡回法は、根から始めて左の子からかつ葉の方向に向かって、左の子から右の子の順に巡回を行う方法である。

木の深さの方向に対して巡回を繰り返すことになる。

### ◇巡回の順番を決める方法

#### ① 先行順

節点に来たときに先に順位を割り当てる方法である。

親に番号を与え、左の子、右の子の順番になる。

#### ② 中間順

節点に来たときにその左の子を根とする部分木を巡回し終えてから、戻ってきたときに順位を割り当てる方法である。

節点の左部分木に順位を割り当てた後に、その節点に順位を割り当てる。

左の子に番号を与え、親、右の子の順番になる。

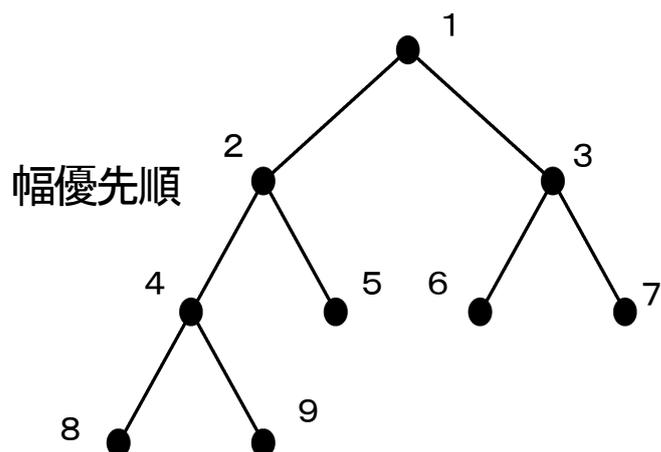
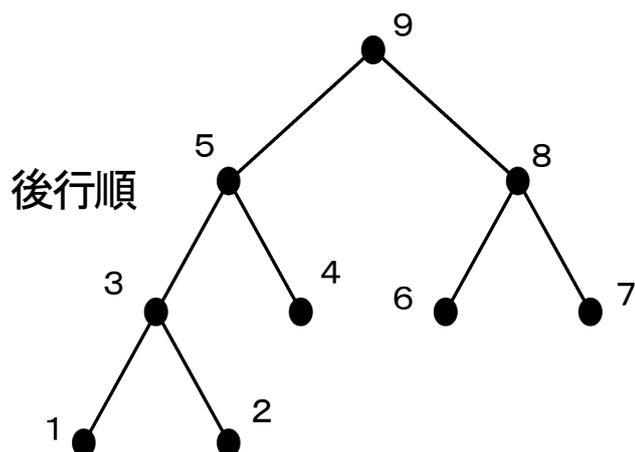
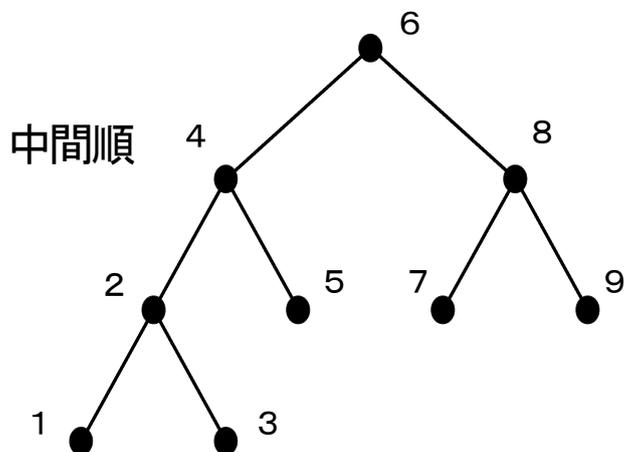
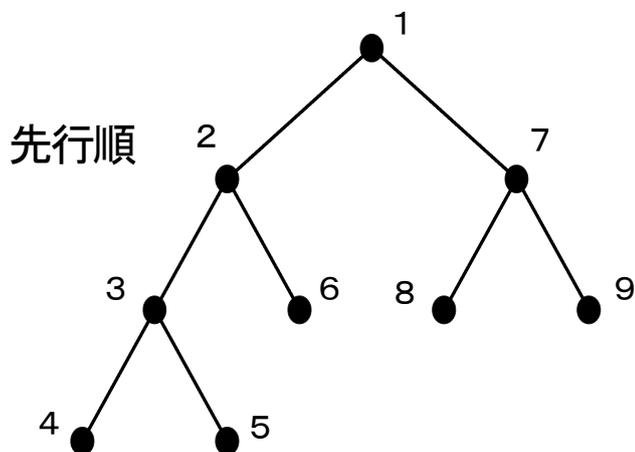
#### ③ 後行順

節点に来たときに自分を根とする部分木を巡回し終えてから、その節点に順位を割り当てる方法である。

節点の左部分木、右部分木に順位を割り当てた後に、その節点に順位を割り当てる。

左の子に番号を与え、右の子、親の順番になる。

図は先行順、中間順、後項順の場合の、各ノードに与えた番号を示す。



## ◇幅優先順

幅優先順の巡回法は、根から始まって、深さの浅い方からかつ左から巡回する方法である。木の幅の方向に対して巡回を繰り返すことになる。

## ◆二分木と四則演算

### ◇二分木で表現する算術式

二分木の葉の部分に変数を配置し、各節に四則演算の優先順位に従って、演算子を配置すると二分木を使用して算術式を表すことができる。

### ◇四則演算式の表記法

四則演算式の表記法には次の3通りの方法がある。

#### ① 前置記法

演算子をオペランドの前に書く方法。

$$+ a * - b c d$$

#### ② 中置記法

演算子をオペランドの間に書く方法。

$$(a + ((b - c) * d))$$

#### ③ 後置記法

演算子をオペランドの後に書く方法。

$$a b c - d * +$$

二分木を使用した算術式と二分木の巡回法を組み合わせると、3の表記法を求めることができる。

## ◆逆ポーランド記法への活用

### ◇四則演算と逆ポーランド記法

逆ポーランド記法は四則演算の後置記法である。

四則演算式を逆ポーランド記法に変換する場合、二分木巡回の後行順を使用する。

変数を葉に、演算子を節に配置し、四則演算の優先順位が成立するように節間に枝を設ける。

### ◇ $X = (A - B / C) * (D + E)$ の二分木となら

- ① = を根に配置する。
- ② X を根の左側の葉に配置する。
- ③ A、B、C、D、E を右部分木の葉に配置する。
- ④ 四則演算子の優先レベルの高いものから演算子で結合する。
- ⑤ 完成した二分木に後行順のならいを適用すると、

$$X A B C / - D E + * =$$

の逆ポーランド記法を求めることができる。

### ◇二分木巡回法の後行順から逆ポーランド記法

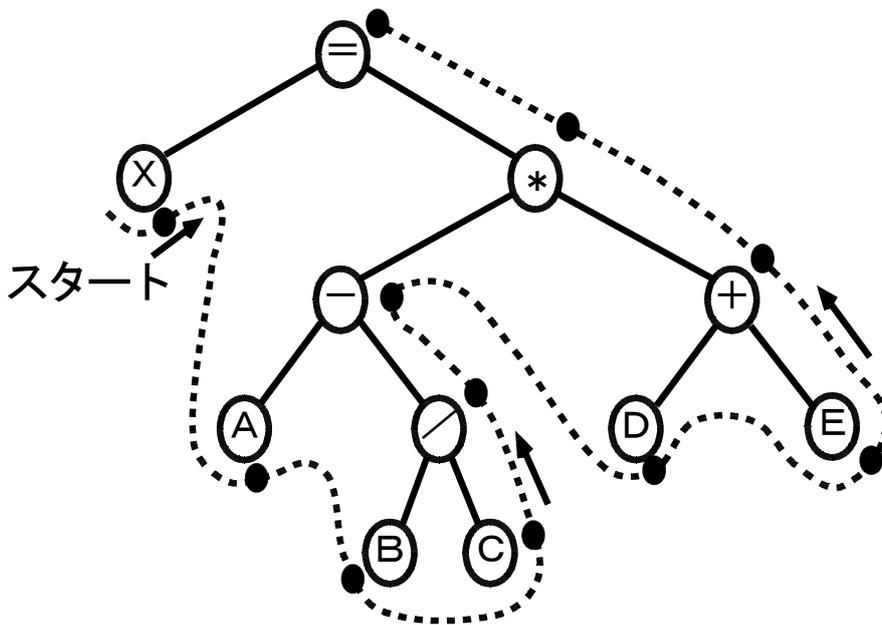
作成した図の二分木に、二分木巡回法の後行順を用い、ノードの番号順に左から順次記号を並べると逆ポーランド記法を求めることができる。

図のスタートの位置から、点線に従って、各ノードの値または演算子を順次並べると、次のようになる。

$X = (A - B / C) * (D + E)$  の逆ポーランド記法は

$X A B C / - D E + * =$

となる。



○印は節、葉  
 実線は二分木の枝  
 点線はならい  
 矢印はならいの方向

## ◇スタックを利用した演算

逆ポーランド記法を左から順に解析し、数値であればスタックに格納し、演算子であれば、スタックから2つの数値を取り出して演算を行い、演算結果をスタックに格納する。

2つの数値の演算は、

(後から取り出した数値) 演算子 (先に取り出した数値)

の方法で行う。

## ◇演算のアルゴリズム

- ① スタックポインタを初期化する。
- ② 先頭から=が表れるまで、③、④の処理を繰り返す。
- ③ 数値ならば、スタックにPUSHする。
- ④ 演算記号ならば、次の処理を行う。
  - ① スタックから数値を2つPOPする。
  - ② 取り出した2数を(後から取り出した数値)演算子(先に取り出した数値)の方法で演算する。
  - ③ 演算結果をスタックにpushする。
- ⑤ =の時演算結果をPOPして処理を終了する。

## ◇スタックを使用した演算具体例

元の四則演算  $X = (A - B / C) * (D + E)$

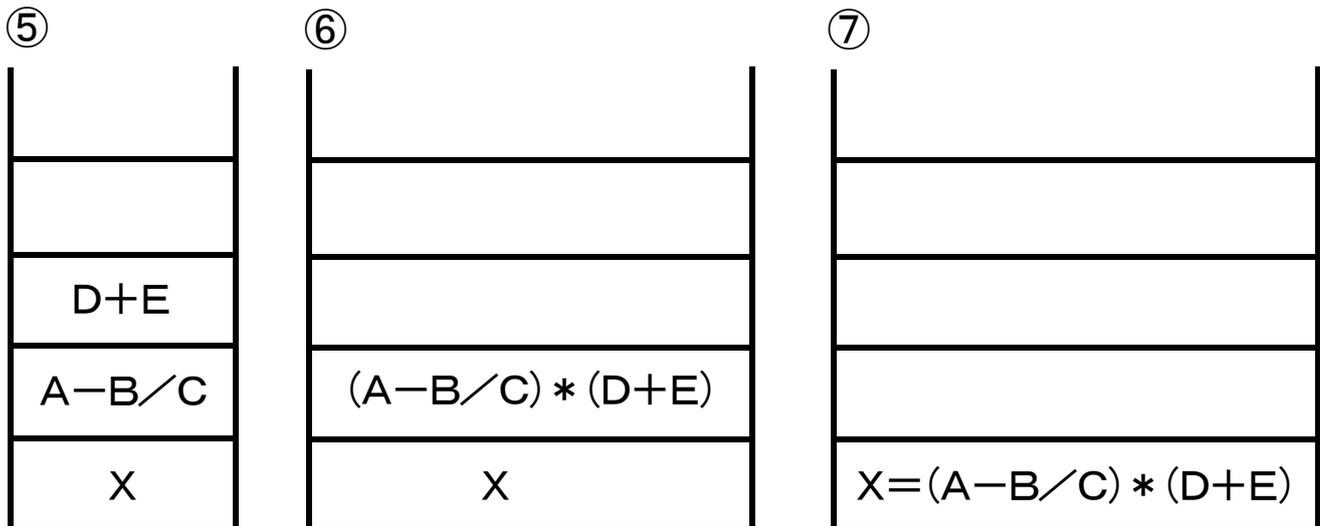
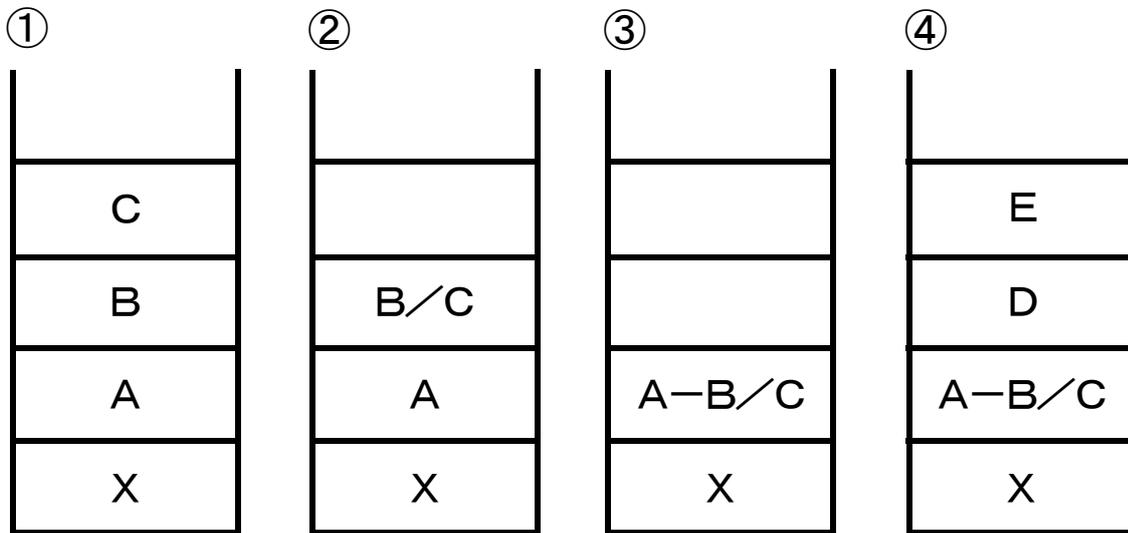
逆ポーランド記法  $X A B C / - D E + * =$

## ◇演算手順

- ① X、A、B、Cの順にスタックにPUSHする。
- ② 次は演算子の/であるから、C、BをPOPし、 $B / C$ を計算し、その結果をPUSHする。
- ③ 演算子-であるから、 $B / C$ 、AをPOPし、 $A - B / C$ を計算し、その結果をPUSHする。
- ④ D、Eの順にスタックにPUSHする。

- ⑤ 演算子+であるから、E、DをPOPし、D+Eを計算し、その結果をPUSHする。
- ⑥ 演算子\*であるから、D+E、A-B/CをPOPし、(A-B/C)\*(D+E)計算し、その結果をPUSHする。
- ⑦ 演算子=であるから、(A-B/C)\*(D+E)、XをPOPし、次の答えを求める。

$$X = (A - B / C) * (D + E)$$



# バランス木とヒープ木

## ◆ バラス木と AVL 木

### ◇ バランス木

二分木や多分木はデータの挿入や削除を繰り返していると、木の形が変形し、アンバランスな木の形になる。

このようなアンバランスな状態を避ける仕組みを持った木がバランス木である。

バランス木はデータの挿入や削除によって、一定の条件以上になると、分裂や統合によって木全体の構造が再調整する機能をもっている。

バランス木は探索木の一様である。

### ◇ AVL 木

AVL 木は、二分木をもとにしたバランス木である。

各節点において、その部分木の左と右の深さの差が高々一つしか異ならないような二分木である。

各部分木は左と右の深さの情報をもっている。データの挿入や削除が行われる際に、木の構造を調整する。

## ◆完全二分木

### ◇完全二分木とは

根から葉までの経路の長さが等しい二分探索木を完全二分木という。

完全二分木が成立するのは、節の数が  $2^K - 1$  個の時である。K は階層数を示す。

通常は、根から最も遠い葉までの経路の長さと、根から最も近い葉までの経路の長さの差が 1 以下である二分木を完全二分木と定義する。

### ◇完全二分木の階層と節点の個数

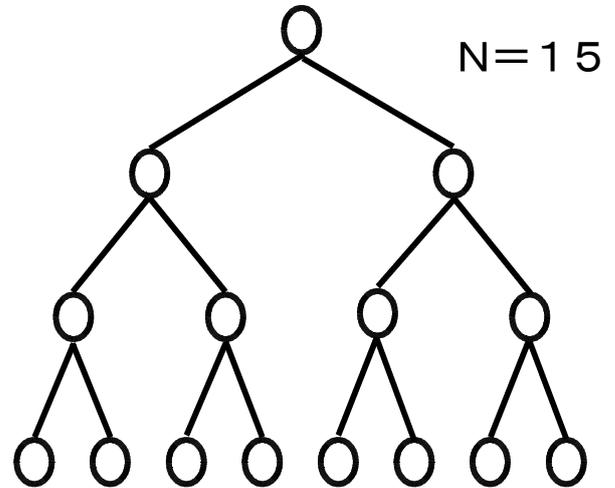
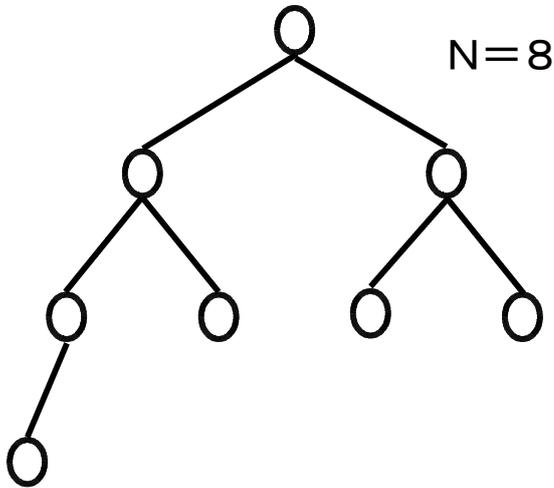
階層数	節点の個数		数式
	最小	最大	
1	1	1	$1 = 2^1 - 1$
2	2	3	$3 = 2^2 - 1$
3	4	7	$7 = 2^3 - 1$
4	8	15	$15 = 2^4 - 1$
⋮	⋮	⋮	
⋮	⋮	⋮	
K - 1	$2^{K-2}$	$2^{K-1} - 1$	$2^{K-1} - 1$
K	$2^{K-1}$	$2^K - 1$	$2^K - 1$

階層数を K とし、節点の個数を N とすると、次の式が成立する。

$$N = 2^K - 1$$

## ◇階層数 $K = 4$ の場合の完全二分木

階層数 4 の場合の完全二分木を図で示す。



階層数が 4 の場合、ノードの数の最小は 8 であり、最大は 15 となる。

## ◇階層数 $K$ の場合のノードの数 $N$

階層数  $K$  の場合のノードの最小数は次の式で求めることができる。

$$N = 2^{K-1}$$

階層数  $K$  の場合のノードの最大数は次の式で求めることができる。

$$N = 2^K - 1$$

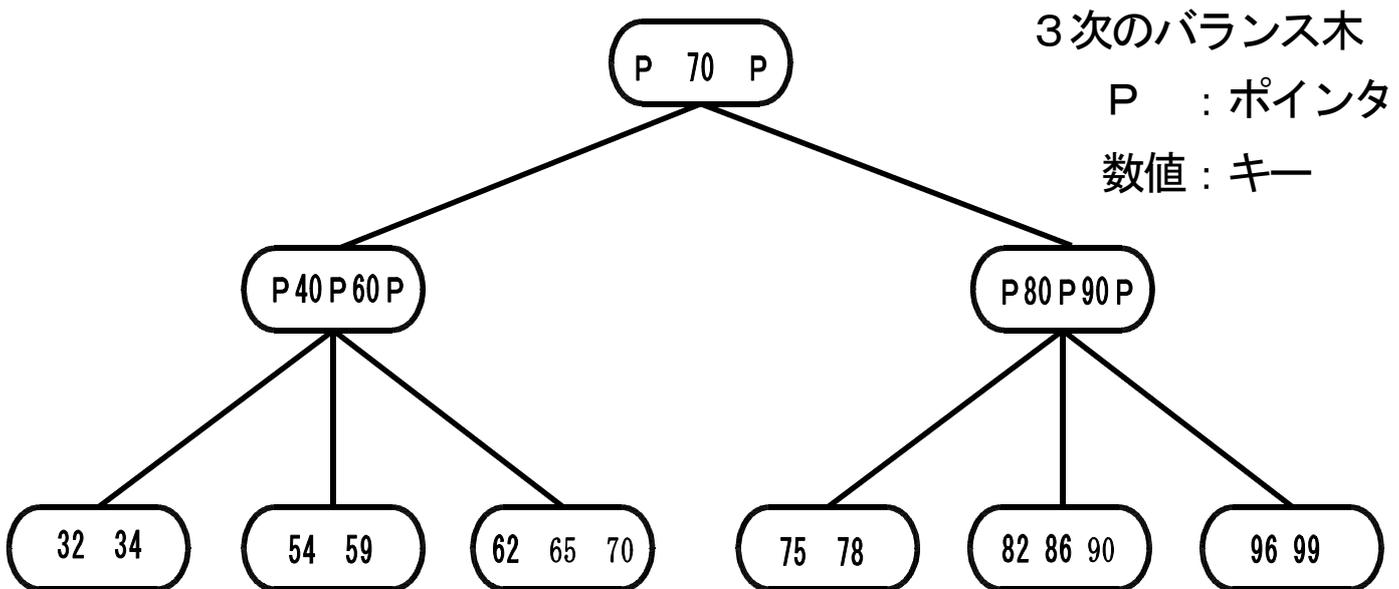
# ◆ 多分木をもとにしたバランス木

## ◇ m分木

m分木は一つの節が最大m個の子をもつことができる木構造である。

レベル2の3次のバランス木の例を示す。レベル2は階層の深さ、3次はポインタの数を示す。

階層の深さは、階層数-1となる。ポインタ数は一つの節が持つ子の最大数になる。



図のルート部は、値70よりも小さい節の値は左部分木に、大きい値は右部分木に含まれていることを示している。

左下の節の内容は、値が40、60の2個存在し、その子が3個あり、40未満は左の子に属し、40~60の間の子は中の子に属し、40~70の間の子は右の子に属することを示している。

葉の部分は、その葉に属する値を示している。

## ◇m次のバランス木の条件

- ① 根は  $2 \sim m$  個の子を持つ。
- ② 根と葉以外の節は  $([m/2] \sim m)$  個の子を持つ。  $[m/2]$  は  $m/2$  以上の最小の整数。
- ③ 根からすべての葉までの経路は長さは等しい。
- ④  $k$  個の子を持つ親は、 $(k-1)$  個のキーを持っている。
- ⑤ すべての葉は同じレベルにあって、キーは持たない。

## ◇バランス木の構造

2分木は節が値を持っているが、バランス木は値を持つのは葉だけであり、葉以外の節は値を持たずキーだけを持っている。キーとはポインタで示す節の持つ値の範囲を示す。

目的の値を求める場合、根から探索を開始し、キー値を比較し、各節のキー値との大小関係によって、対応するポインタを利用して次のキー値を求める操作を繰り返し、葉に到達する。

キー値  $54$  を求める場合、根の  $70$  と比較し、 $54 < 70$  であるから、左の節に移動し、節のキー値と比較する。 $40 < 54 < 60$  であるから、節の真ん中の子にたどり着く、その葉に  $54$  が存在することになる。

目的の値が葉に到着する途中の節にある場合の値は、その左の子の最も右のポインタに属するグループにその値は存在する。

根にあるキー  $70$  の値は、 $62$ 、 $65$ 、 $70$  の葉に、キー値  $90$  は、 $82$ 、 $88$ 、 $90$  の葉に存在する。

## ◆ 5 次の多分木をもとにしたバランス木

### ◇ 5 次の多分木の構造

5 次の多分木は各節にキーが 4 個、ポインタが 5 個あるバランス木である。

すべてのレコードは葉の部分にあって、各ノードに配置されたキーを辿ることによって目的のレコードに到着することができる。

値を探索する手順は、キー値を利用して、バランス木の構造で示した手順で求めることができる。

5 次のバランス木に含まれるデータの最大数を求めることができる。データの最大数は階層の深さと関係する。

多次のバランス木に含まれる最大のデータ数は、次数と階層数によって決まる。

### ◇ 深さが 2 の場合のキーの数

ルート部のキーの数は 4 個である。次のレベルはノードが 5 個になる。更に、その下のレベルのノードの数は、 $5 \times 5 = 25$  となり、ルート部からのノードの総数は

$$1 + 5 + 25 = 31 \text{ 個}$$

となる。

各ノード部にはキーが 4 個格納されるから、格納できるキーの総数は、次のようになる。

$$(1 + 5 + 25) \times 4 = 31 \times 4 = 124 \text{ 個}$$

## ◇深さが3の場合のキーの数

ノードの数が  $25 \times 5 = 125$  個追加されて、ノードの総数は、 $31 + 125 = 156$  となり、格納できるキーの総数は、次のようになる。

$$(1 + 5 + 25 + 125) \times 4 = 624 \text{ 個}$$

レベルが3の場合、葉は125個で、それぞれの葉の部分に5個のレコードが含まれ、最右端の葉のみが4個のレコードとなる。従って、全レコード数は、次のようになる。

$$124 \times 5 + 4 = 620 + 4 = 624$$

レコードの総数とキーの総数が一致する。

## ◇深さがLの場合のキーの数

ノードの数Nは次の式で求めることができる。

$$N = 1 + 5^1 + 5^2 + \dots + 5^L$$

データ数Sは次の式になる。

$$S = N \times 5$$

m次、深さLの多分木のノード数N、データ数Sは、次のようになる。

$$N = 1 + m + m^2 + \dots + m^L$$

$$S = N \times m$$

## ◆ヒープ木の定義と操作

### ◇ヒープ木の定義

ヒープ木は完全二分木の各節に一連番号を付け、その番号をもとに、完全二分木のデータ構造を配列で表現したものである。

二分木に番号をつけ、どの親子の値をとってみても必ず

「親の値 < 子の値」(または「親の値 > 子の値」)

の関係になっている配列をヒープ木という。

親の節の値が子の節の値より小さくなるようにすれば、根の値は二分木の中で最小になる。逆にすれば最大になる。

### ◇一連番号付けの規則

- ① 根には番号 1 をつける。
- ② 番号  $k$  の節の左の子には  $2k$ 、右の子には  $2k + 1$  という番号をつける。
- ③ 親の節の値は子の節の値よりも小さい(または大きい)値となるようにする。

### ◇ヒープの探索と挿入

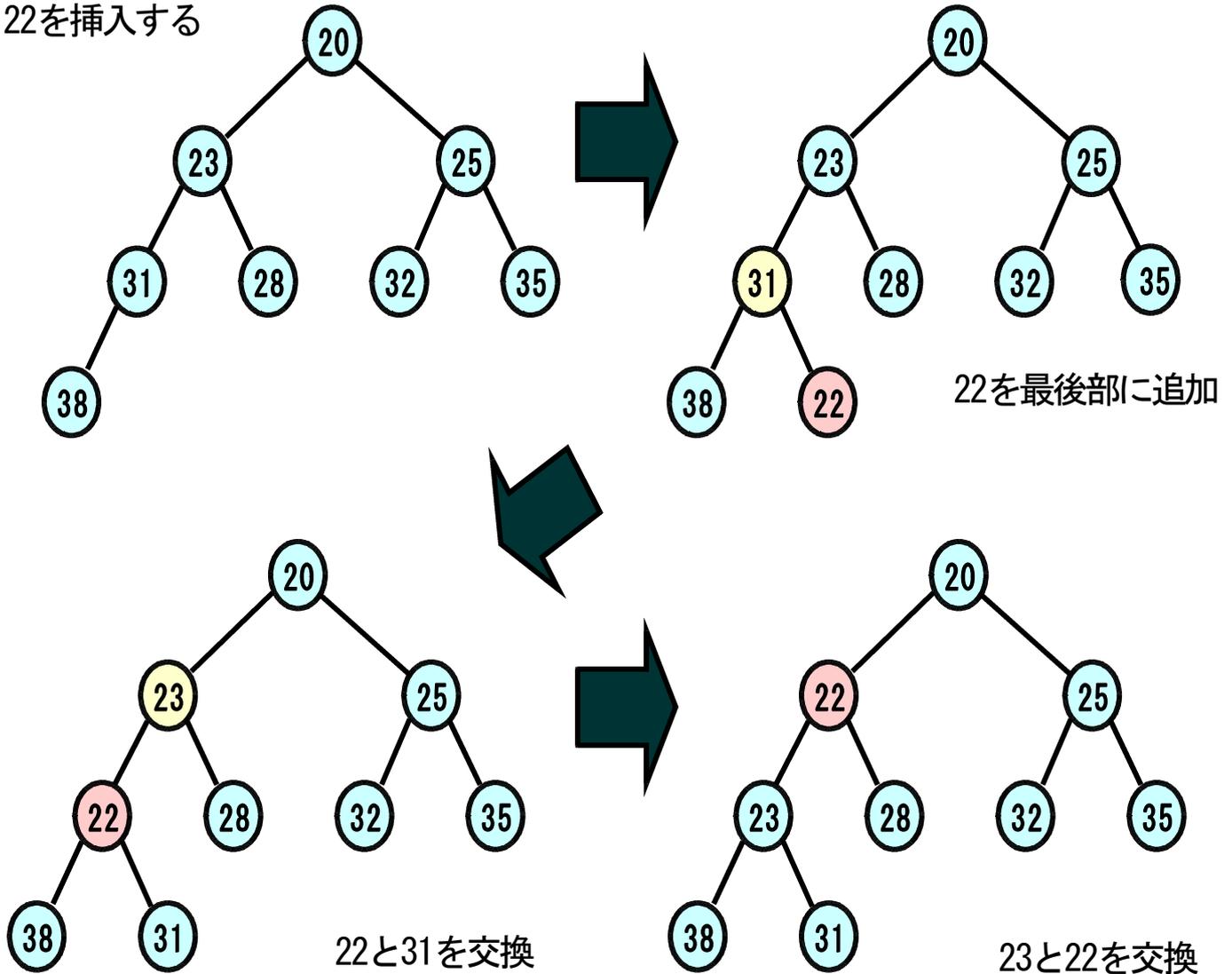
ヒープの探索は線形探索と同じである。

節につけられた一連の番号を順次たどっていきながら、探索データと各要素を比較し値が一致すれば探索成功、最後まで探索して一致するデータが存在しなければ探索不成功になる。

ヒープ木に値 22 のデータを挿入する場合の具体例を次に示す。挿入の手順は矢印の方向に進められる。

挿入するデータ 22 を配列の最後の要素に追加し、二分木の各ノードの値がヒープの条件を満たすように操作する。

22を挿入する



挿入する値 22 を値 31 の右の子に入れる。31 と 22 を交換する。23 と 22 を交換する。この状態の二分木でヒープ木の条件を満たす。

ヒープ木は同じレベルの節の間、同じ親の子の間での大小関係は存在しない。

## ◇親の値 $\leq$ 子の値の場合の挿入手順

- ① 挿入する要素を最後部へ無条件に追加する。  
最後部は配列の最後の要素に相当する。
- ② 追加した要素の値がその親の値よりも小さいと親と子を交換する。
- ③ 新しく親となった値とその親の値を比較して、子の方が小さければその親と子を交換する。
- ④ この比較・交換を根に向かって行い、「親の値 $\leq$ 子の値」の関係になるまで続ける。

## ◇ヒープの削除

ヒープの削除は最小の値(または最大の値)の要素を取り出すことである。

最小の値の要素(最大の値の要素)はヒープの性質上、根にある。従って、ヒープの削除は根の削除に相当する。

ヒープ木を使用して、データを昇順または降順に整列することができる。ヒープ木で作成される根の値を順次取り出して、データを並べることによって可能となる。

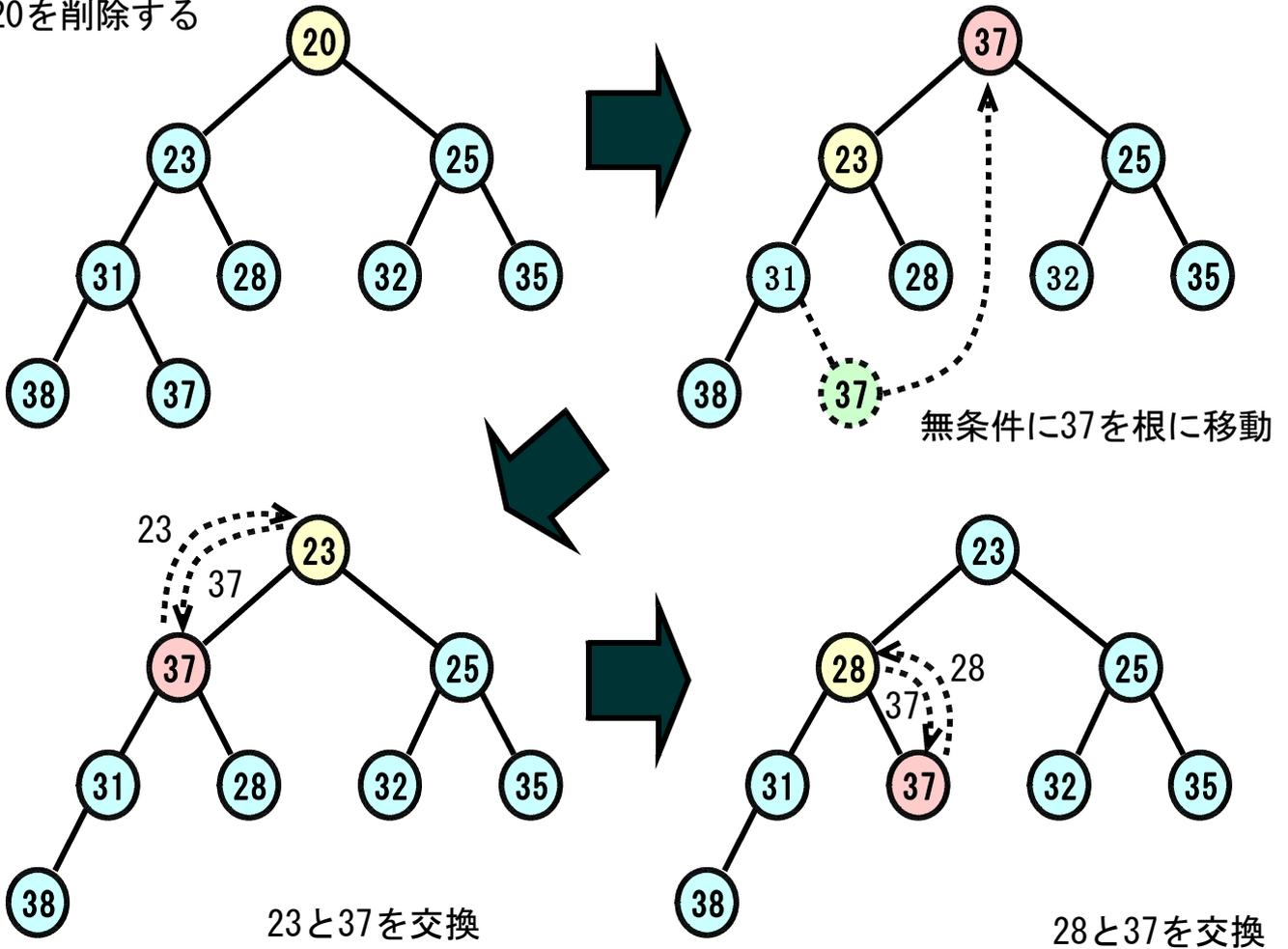
## ◇親の値 $\leq$ 子の値の場合の削除手順

- ① 根の部分の値を削除する。
- ② 根の部分にヒープの最後の要素を移動する。
- ③ 根から順次「親の値 $\leq$ 子の値」が保たれるように要素の値を比

較・交換する。

- ④ ヒープ木のすべての親子関係が「親の値  $\leq$  子の値」になると、その木が新しいヒープ木となる。

20を削除する



ヒープ木から20の値を削除する。削除後、最後尾の値37を根に移動する。ヒープ木の条件を満たすように節の値を交換する。

37と23を交換する。37と28を交換する。この状態で二分木はヒープ木の条件を満たす。

親の値  $\leq$  子の値の場合、親と交換の対象になるのは、子の小さい方の値となる。

# データ構造問題 2

## 問 1 問題

データ構造の一つである木構造に関する記述として、適切なものはどれか。

- ア 階層の上位から下位に節点をたどり、データを取り出すことができる構造である。
- イ 格納した順序でデータを取り出すことができる構造である。
- ウ 格納した順序とは逆の順序でデータを取り出すことができる構造である。
- エ データ部と一つのポインタ部で構成されるセルをたどることによって、データを取り出すことができる構造である。

## ◇問 1 解説

データ構造に関する問題である。

木構造は節点と枝が木の形をした構成になっている。頂点の節点を根と呼び、末端の節点を葉と呼ぶ。上位側の節点を親、下位側の節点を子、同列の節点を兄弟と呼ぶ。根から特定の節点まで行く枝の数を深さという。階層の上位から下位に節点を辿ることによって、データを取り出すことができる。

アの上位から下位に節点を辿ることによって、データを取り出す内容は木構造に関するものである。求める答えはアとなる。

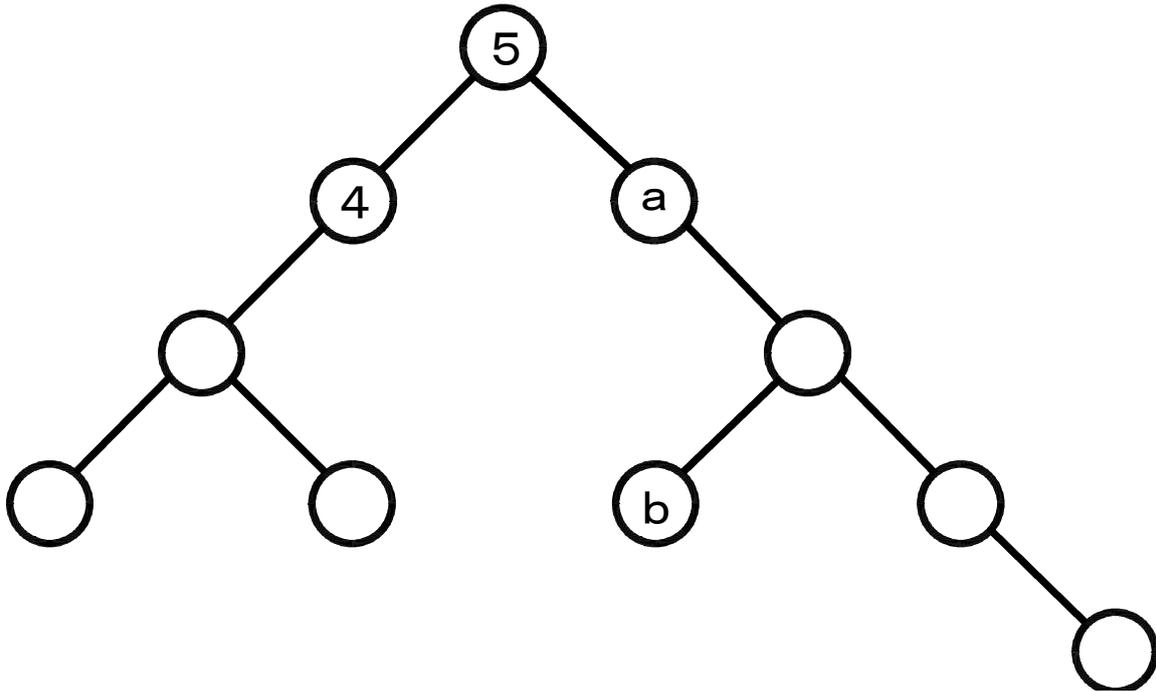
イ、ウは順編成のファイルのデータ構造である。

エは片方向リストのデータ構造である。

## ◇問 1 解答 ア

## 問 2 問題

10個の節（ノード）からなる次の2分木の各節に、1から10までの値を一意に対応するように割り振ったとき、節 a, b の値の組合せはどれになるか。ここで、各節に割り振る値は、左の子及びその子孫に割り振る値より大きく、右の子及びその子孫に割り振る値より小さくする。



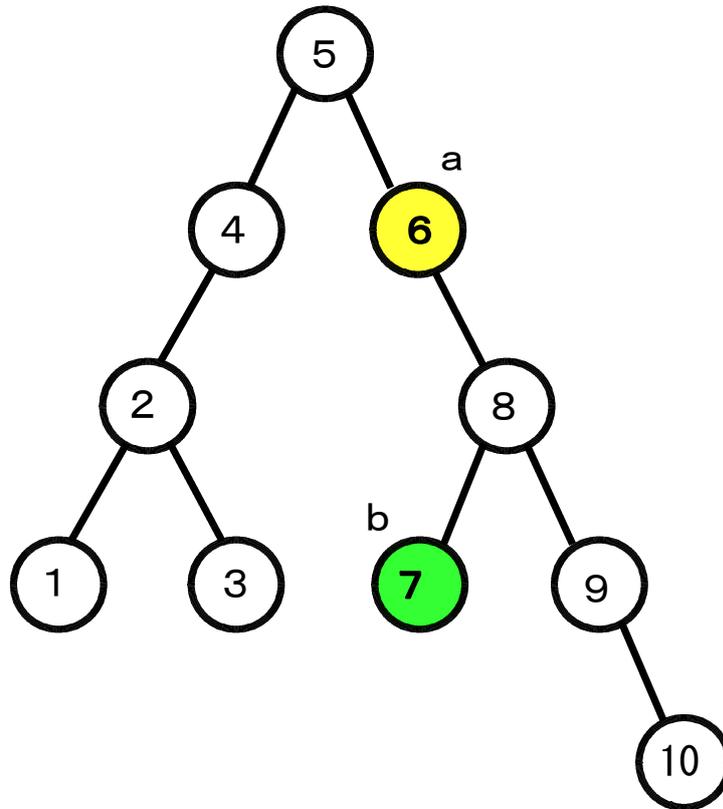
- ア  $a = 6$ 、 $b = 7$
- イ  $a = 6$ 、 $b = 8$
- ウ  $a = 7$ 、 $b = 8$
- エ  $a = 7$ 、 $b = 9$

## ◇問 2 解説

探索2分木に関する問題である。

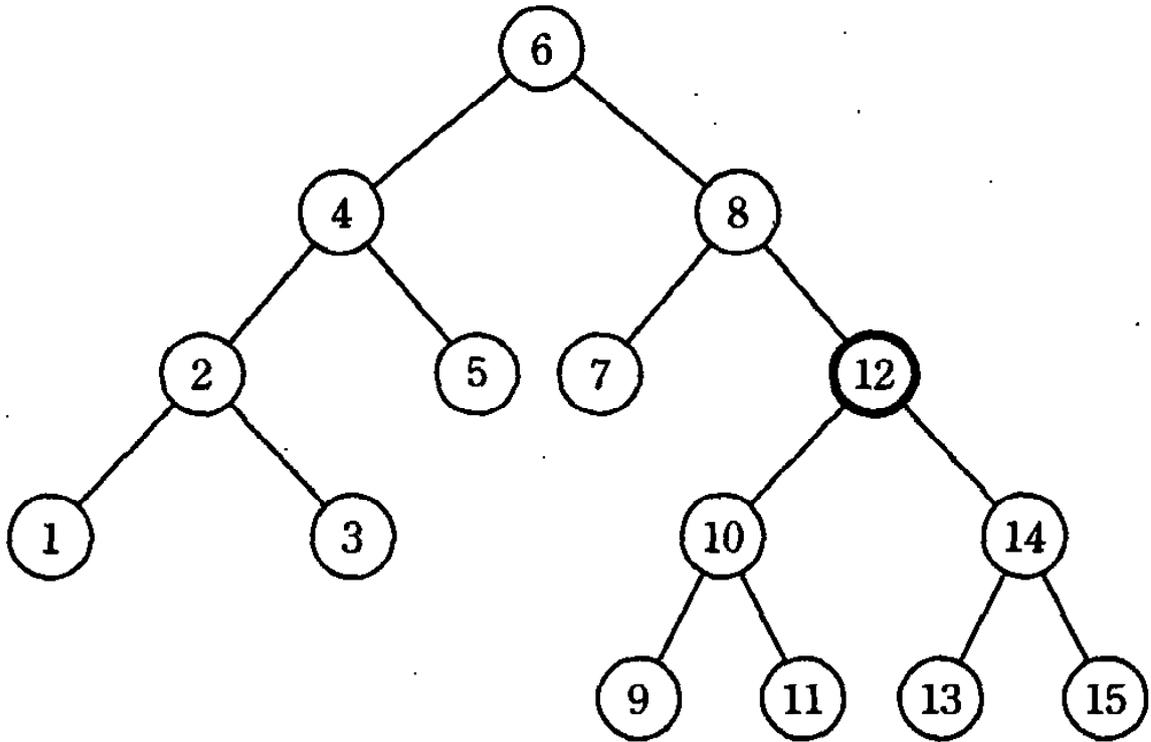
与えられた問題の2分木を完成すると図のようになる。

aは黄色の箇所、bは緑色の箇所であるから、 $a = 6$ 、 $b = 7$ となる。求める答えはアとなる。



◇問2解答 ア

### 問 3 問題



図の2分探索木から要素12を削除したとき、その位置に別の要素を移動するだけで2分探索木を再構成するには、削除された節点の位置にどの要素を移動すればよいか。

- ア 9
- イ 10
- ウ 13
- エ 14

### ◇問 3 解説

2分探索木に関する問題である。

2分探索木の条件

- ① 任意の根とその部分木について、左部分木に含まれる各要素は根の要素よりも小さい。
- ② 任意の根とその部分木について、右部分木に含まれる各要素は根の要素よりも大きい。

12のノードを削除する場合であるから、左部分木の最大値は11、右部分木の最小値は13となり、いずれかが12のノードの部分に移動する。

解答群の中には13があるから、求める答えはウとなる。

### ◇問3解答 ウ

## 問 4 問題

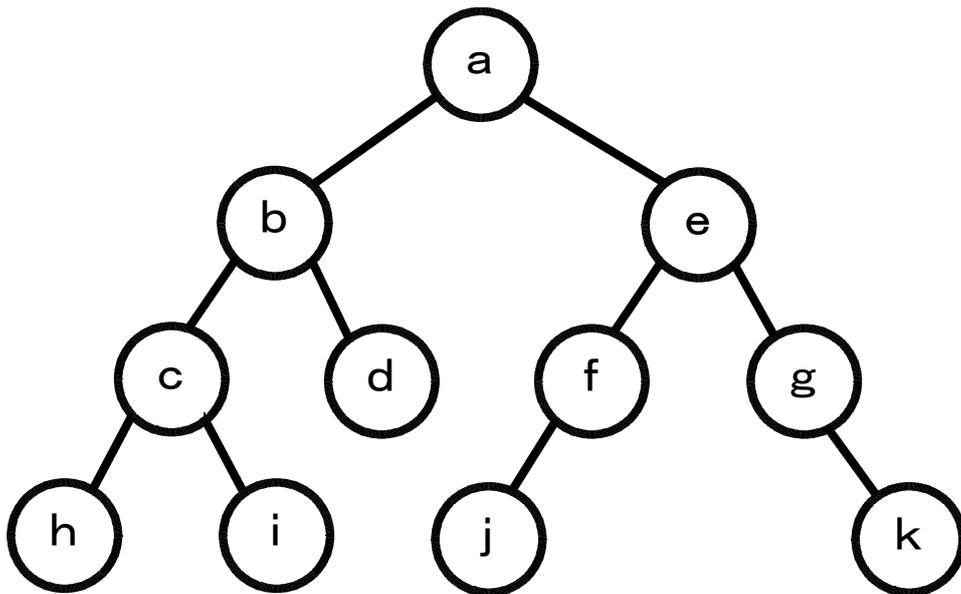
それぞれの節から分岐する枝が 2 本以下である木を 2 分木という。2 分木は一つの節とその左部分木と右部分木からなり、走査の方法にはその順序によって次の三つがある。

(1) 前順：節点、左部分木、右部分木の順に走査する。

(2) 間順：左部分木、節点、右部分木の順に走査する。

(3) 後順：左部分木、右部分木、節点の順に走査する。

図に示す 2 分木に対して後順に走査を行い、節の値を出力した結果はどれか。



- ア a b c h i d e f j g k
- イ a b e c h i d f j g k
- ウ h c i b d a j f e g k
- エ h i c d b j f k g e a

## ◇問 4 解説

二分木の後行順操作に関する問題である。

後行順は、節点に来たときに自分を根とする部分木を巡回し終えてから、順位を割り当てる方法である。

各節に順位を割り当て、その順位に従って出力するとよい。

文字の出力順序は、h i c d b j f k g e a となり、求める答えはエとなる。

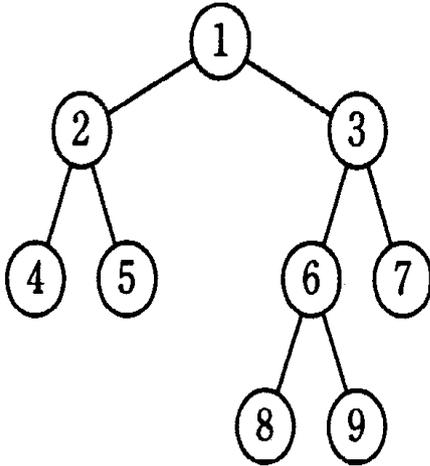
## ◇問 4 解答 エ

## 問 5 問題

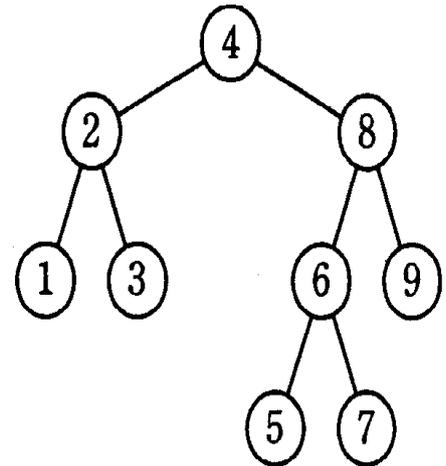
2分探索木として適切なものはどれか。

ここで、1～9の数字は、各ノード(節)の値を表す。

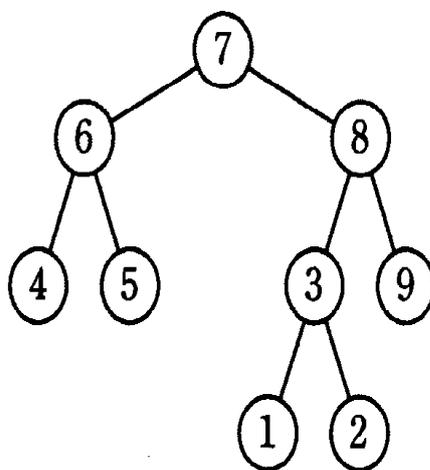
ア



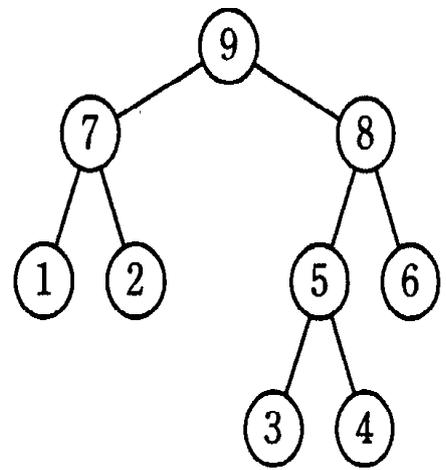
イ



ウ



エ



## ◇問 5 解説

2分探索木に関する問題である。

2分探索木の条件

- ① 任意の根とその部分木について、左部分木に含まれる各要素は根の要素よりも小さい。
- ② 任意の根とその部分木について、右部分木に含まれる各要素は根の要素よりも大きい。

上記の条件を満たす2分木はイである。求める答えはイとなる。

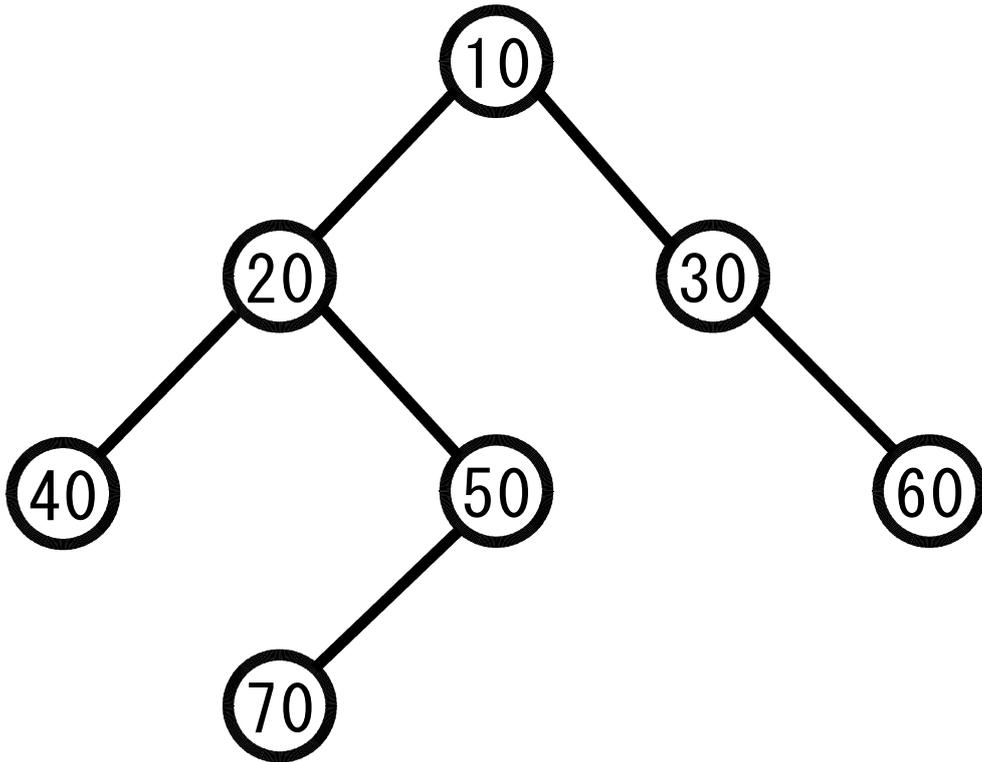
アは、1と2、2と4、3と6、6と8が問題である。

ウは、6と5、3と2が問題である。

エは、7と2、8と6、5と4が問題である。

## ◇問5解答 イ

## 問 6 問題



図の二分木において、ある走査を行ったところ、40、70、50、20、60、30、10の順に節の値が出力された。この走査法はどれか。

- ア 幅優先走査
- イ 中間順走査
- ウ 後行順走査
- エ 先行順走査

## ◇問 6 解説

二分木の巡回法に関する問題である。

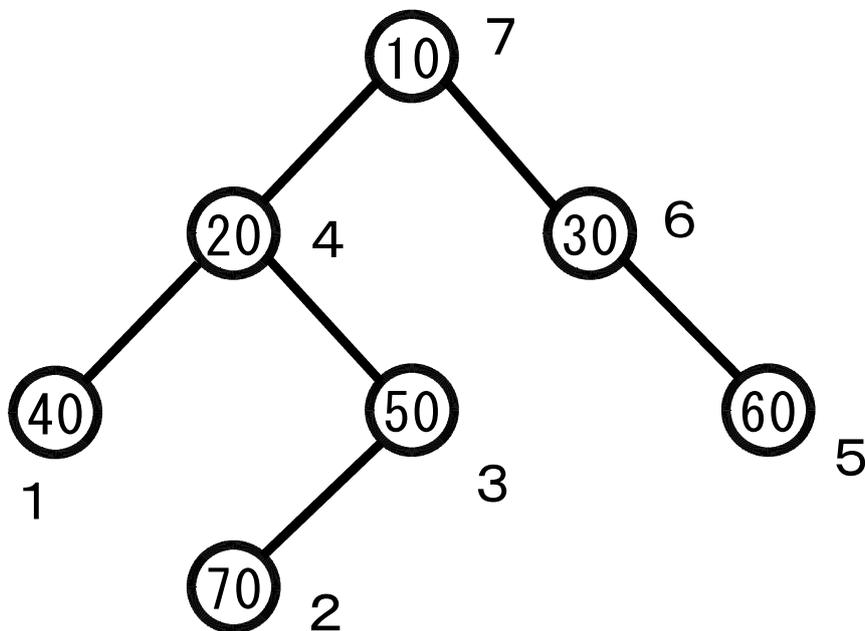
深さ優先順は根から始めて左の子からかつ葉の方向に向かって、左の子から右の子の順に巡回を行う方法である。

## 巡回の順番を決める方法

- ① 先行順は、節点に来たときに先に順位を割り当てる方法である。
- ② 中間順は、節点に来たときにその左の子を根とする部分木を巡回し終えてから、戻ってきたときに順位を割り当てる方法である。
- ③ 後行順は、節点に来たときに自分を根とする部分木を巡回し終えてから、順位を割り当てる方法である。

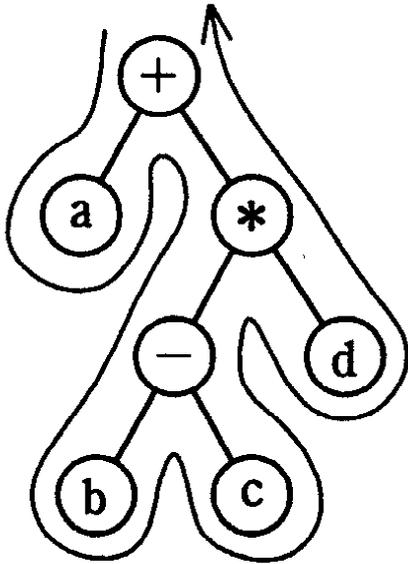
走査の順序を記入すると図の二分木になる。

左右の部分木に番号が付加されると、その元の番号を付加する規則で各ノードの番号が付けられている。  
この方式は後行順走査である。求める答えはウとなる。



◇問 6 解答 ウ

## 問 7 問題



前置記法  $+a * -bcd$

中置記法  $(a + ((b - c) * d))$

後置記法  $abc - d * +$

四則演算の式の書き方には、演算子をオペランドの前に書く方法（前置記法）、オペランドの間に書く方法（中置記法）、オペランドの後に書く方法（後置記法）の3通りがある。

図は、2分木で表現された式のたどり方と、各記法によって表される式を例示したものである。

各記法で式を書く手順の説明として、適切なものはどれか。

- ア 前置記法：節から上に戻るときにその記号を書く。
- イ 中置記法：節に下りたときにその記号を書く。
- ウ 後置記法：節から上に戻るときにその記号を書く。
- エ 後置記法：葉ならばその記号を書いて戻る。演算子ならば下りるときに左括弧を書き、左の枝から右の枝に移るときに記号を書き、上に戻るときに右括弧を書く。

## ◇問 7 解説

二分木のならいに関する問題である。

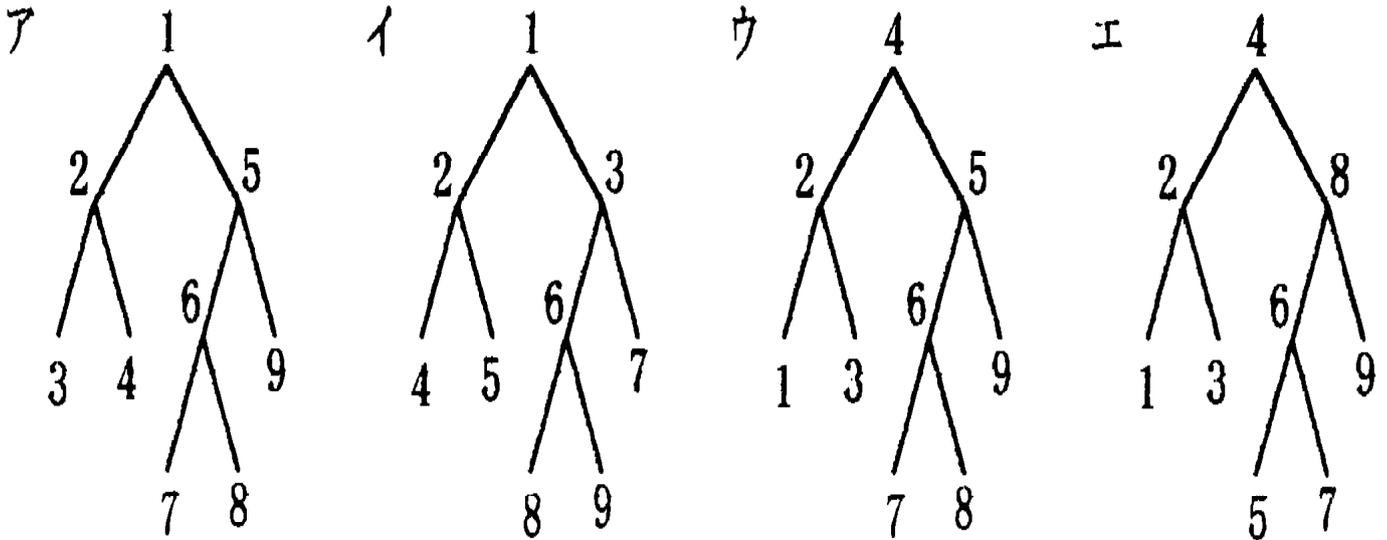
アの説明は後置記法、イは前置記法、ウは後置記法、エは中置記法であり、求める答えはウとなる。

## ◇問 7 解答 ウ

## 問 8 問題

2分木に対する系統的な巡回法のうち、幅優先順を表しているグラフはどれか。

グラフ中の数字は巡回順序を示すものである。



## ◇問 8 解説

幅優先順のならいに関する問題である。

幅優先順は根から始まって、深さの浅い方からかつ左から巡回する方法である。木の幅の方向に対して巡回を繰り返すことになる。

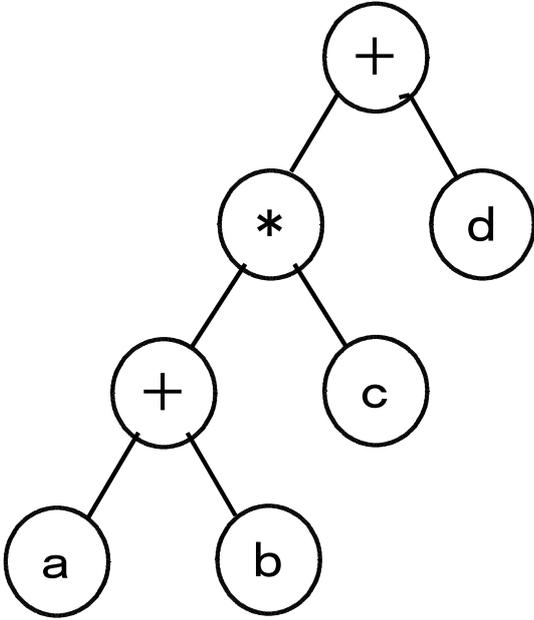
ルート部が1で次のレベルを左から右に向かって2、3となり、その次のレベルを左から4、5、6、7、その次のレベルが8、9となっている2分木が幅優先順である。求める答えはイとなる。

## ◇問 8 解答 イ

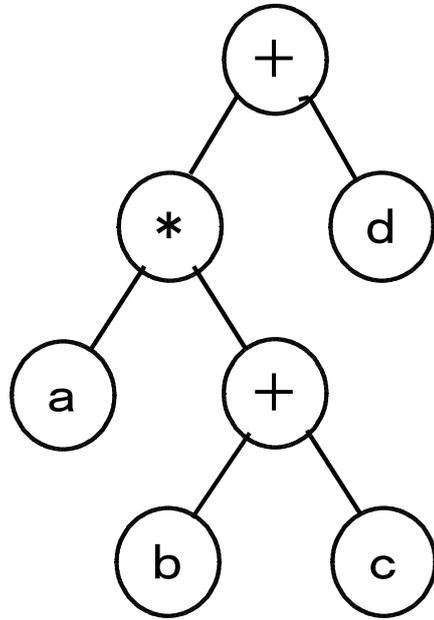
# 問9問題

$a * (b + c) + d$  を木構造で表現したものはどれか。

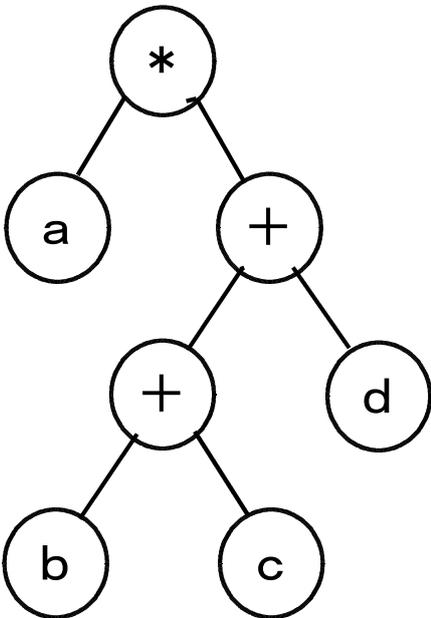
ア



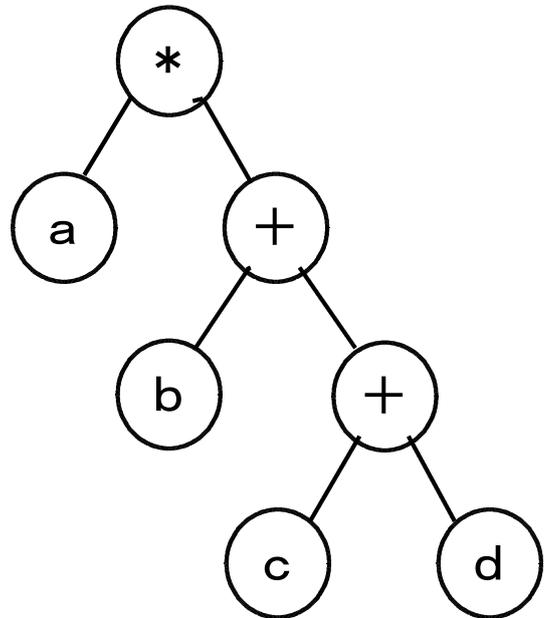
イ



ウ



エ



## ◇問 9 解説

二分木を利用した算術式に関する問題である。

二分木の算術式の配置の規則

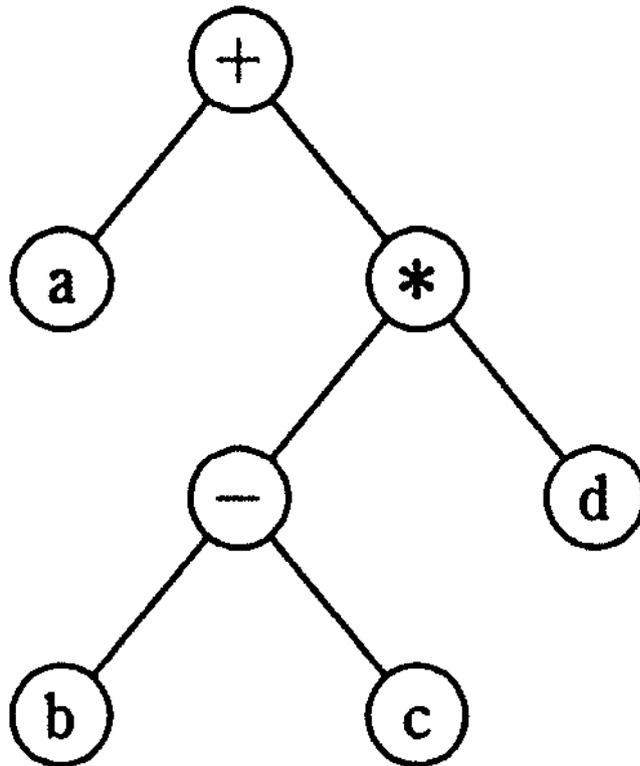
- ① 各変数は葉の部分に配置する。
- ② 演算子は葉以外の節の部分に配置する。
- ③ 演算子の優先順位は下位レベルのものが高い。

演算レベルが最も高いのは、 $(b + c)$   
その次が、 $a * (b + c)$ の  $a *$  になる。  
最後が、 $+ d$  となる。

この順序で二分木の下位のレベルから割り当てられているのは、  
イである。求める答えはイとなる。

## ◇問 9 解答 イ

## 問10問題



2分木の各ノードがもつ記号を出力する再帰的なプログラム Proc(ノード n)は、次のように定義される。

このプログラムを、図の2分木の根(最上位のノード)に適用したときの出力はどれか。

Proc(ノード n) {

nに左の子 l があれば Proc(l) を呼び出す  
nに右の子 r があれば Proc(r) を呼び出す  
nに書かれた記号を出力する

}

ア  $b - c * d + a$   
イ  $+ a * - b c d$   
ウ  $a + b - c * d$   
エ  $a b c - d * +$

### ◇問10解説

2分木に関する問題である。

プログラムProc()を根から順次適用すると、次の出力が得られる。

$a b c - d * +$

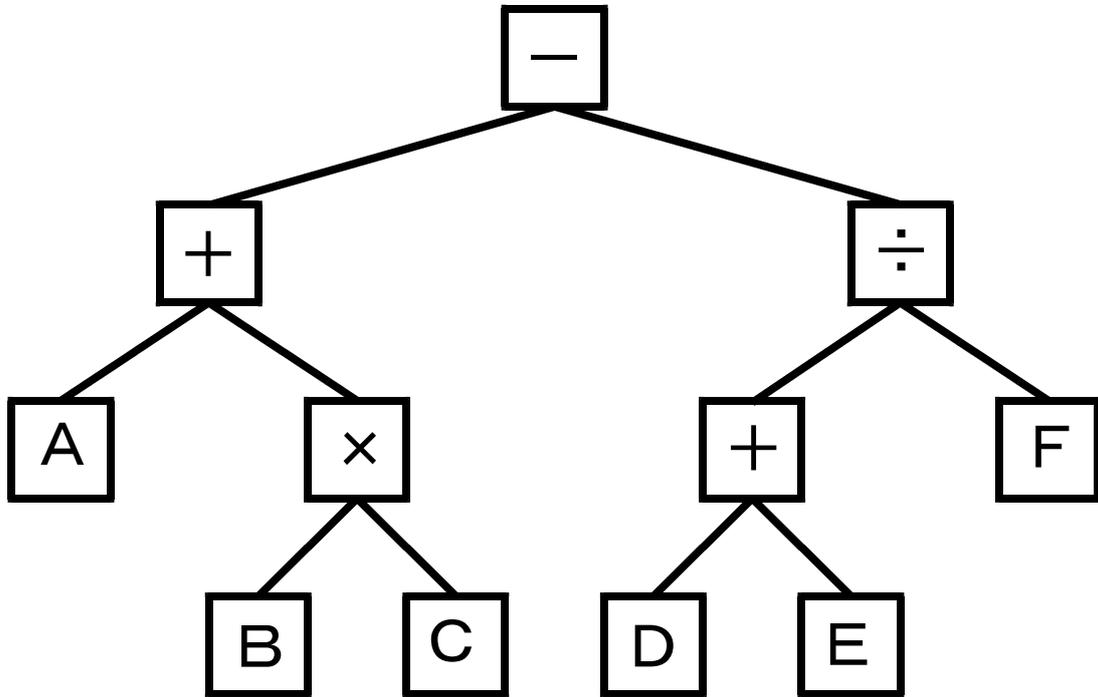
＋の左の子 a、＋右の子 \* の左の子 - の左の子 b、- の右の子 c、-、\* の右の子 d、\*、+の順になる。

求める答はエとなる。

### ◇問10解答 エ

## 問11問題

図の二分木で表される算術式はどれか。



- ア  $A + B \times C + (D + E) \div F$
- イ  $A + B \times C - (D + E) \div F$
- ウ  $A + B \times C - D + E \div F$
- エ  $A \times B + C + (D - E) \div F$

## ◇問11解説

二分木を利用した算術式に関する問題である。

二分木の算術式の配置の条件

- ① 各変数は葉の部分に配置されている。
- ② 演算子は葉以外の節の部分に配置されている。

③ 演算子の優先順位は下位レベルのものが高い。

二分木で表される演算式は変数が葉に、演算子が節に配置され、レベルの深いものを優先して演算する。

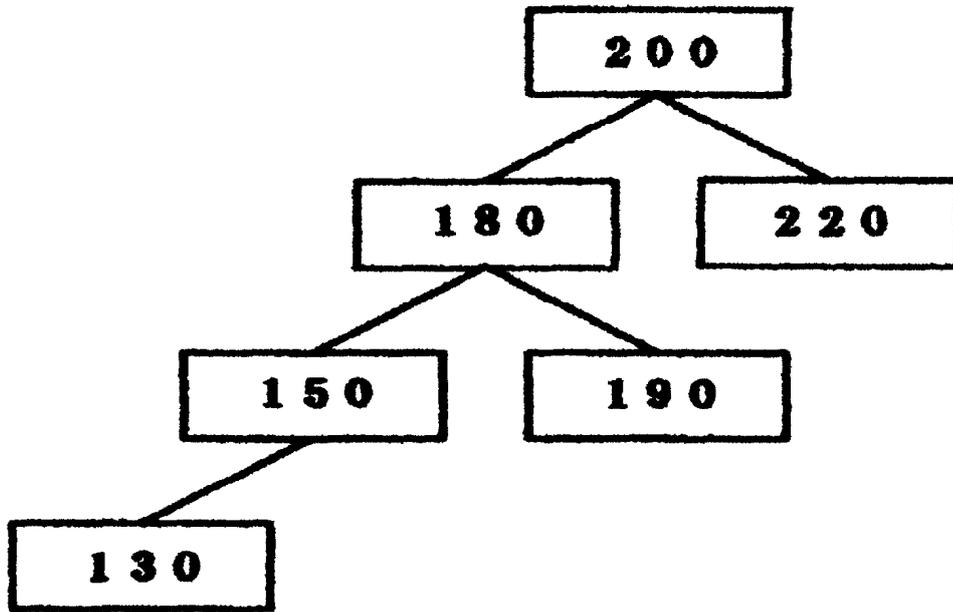
B、Cのかけ算とD、Eの加算が最も早く計算される。順次計算すると次の式になる。

$$A + B \times C - (D + E) \div F$$

となり、求める答えはイとなる。

### ◇問11解答 イ

**問12問題**



**図1 二分木**

添字	値	ポイント1	ポイント2
1	200	3	2
2	220	0	0
3	180	5	a
4	190	0	0
5	150	6	0
6	130	0	0

**図2 二分木の配列表現**

図1の二分木を配列で表現したものが図2である。  
に入る値はどれか。

a

ア	2
イ	3
ウ	4
エ	5

## ◇問12解説

二分木の配列表現に関する問題である。

次のような内容の配列表現になっている。

- ① 各節は値部とポイント1、ポイント2で構成されている。
- ② 各節には添字が付けられている。
- ③ 添字の番号の大小関係は、親の節<右の子<左の子の順になっている。
- ④ 各節のポイント1は左の子の添字、ポイント2は右の子の添字を表している。
- ⑤ 子のないポイントは0となる。

求める答えの値部180のポイント2は右部分の子を表しているから、値部の190が該当する。値部190の添字は4であるから、求める答えはウとなる。

## ◇問12解答 ウ

## 問13問題

最下位のレベル以外の節点には必ず左右に子が存在する二分探索木から、あるデータを探索する。節点の総数が15のとき、比較する節点の数は最大で幾つか。

ここで、探索するデータが存在するとは限らないものとする。

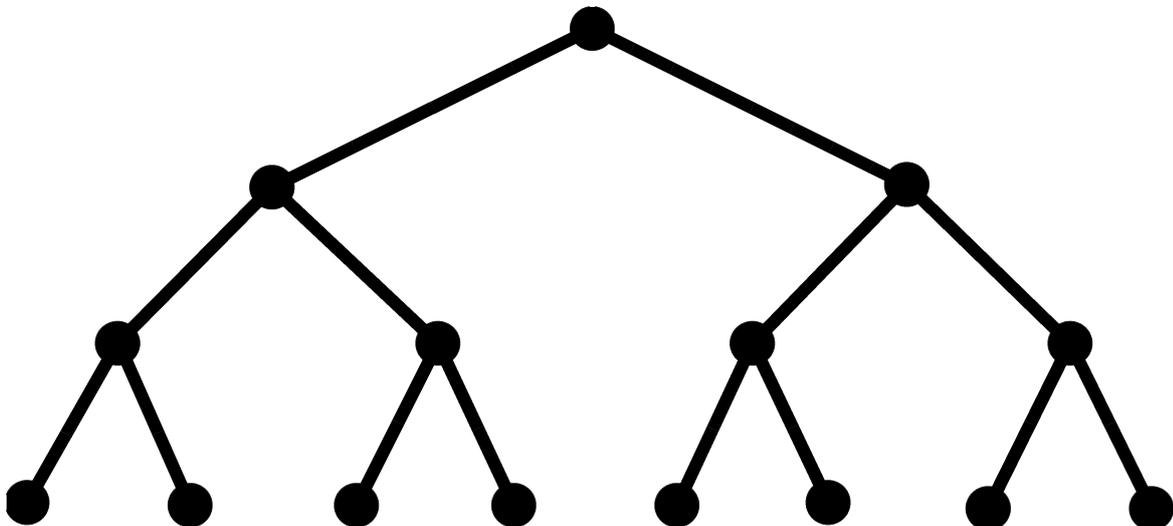
- ア 3
- イ 4
- ウ 7
- エ 15

## ◇問13解説

二分探索木に関する問題である。

節点には必ず左右に子があり、節点の総数が15である二分木は図のようになる。

探索は根の部分から実施するため葉に至る比較回数は最大で4となる。求める答えはイとなる。



二分木の節点の総数  $N$  は、階層数を  $K$  とすると、次の式で与えられる。

$$N = 2^K - 1$$

$N = 15$  の場合、 $2^K = 16$  となり、 $K = 4$  となる。

### ◇問13解答 イ

## 問14問題

どの節から見ても、左右の部分木の高さの差が高々1しかない2分木(平衡2分木)において、節が七つの時、この2分木の高さの最低は2になるが、最高はいくつになるか。

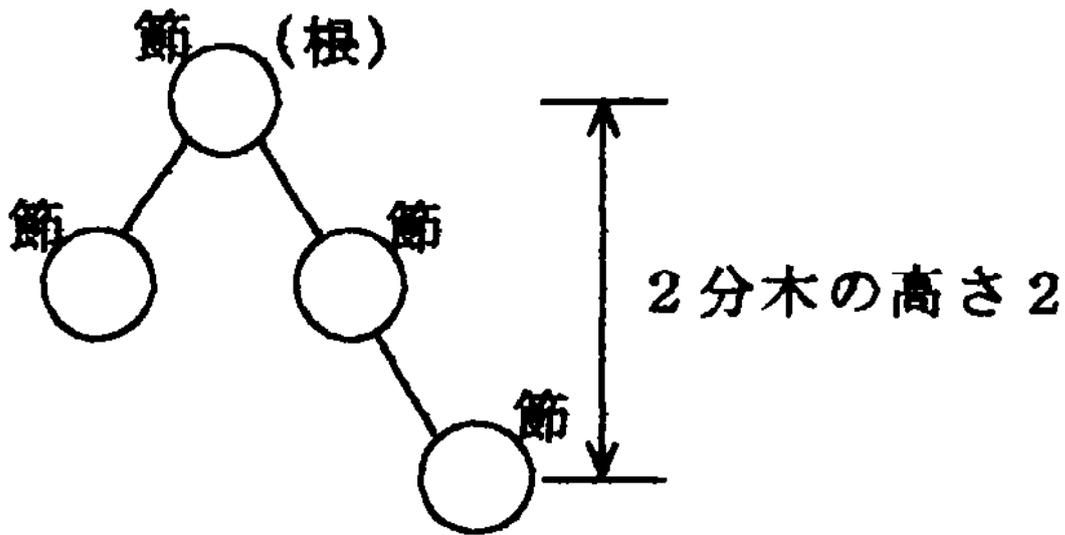


図 平衡2分木の例

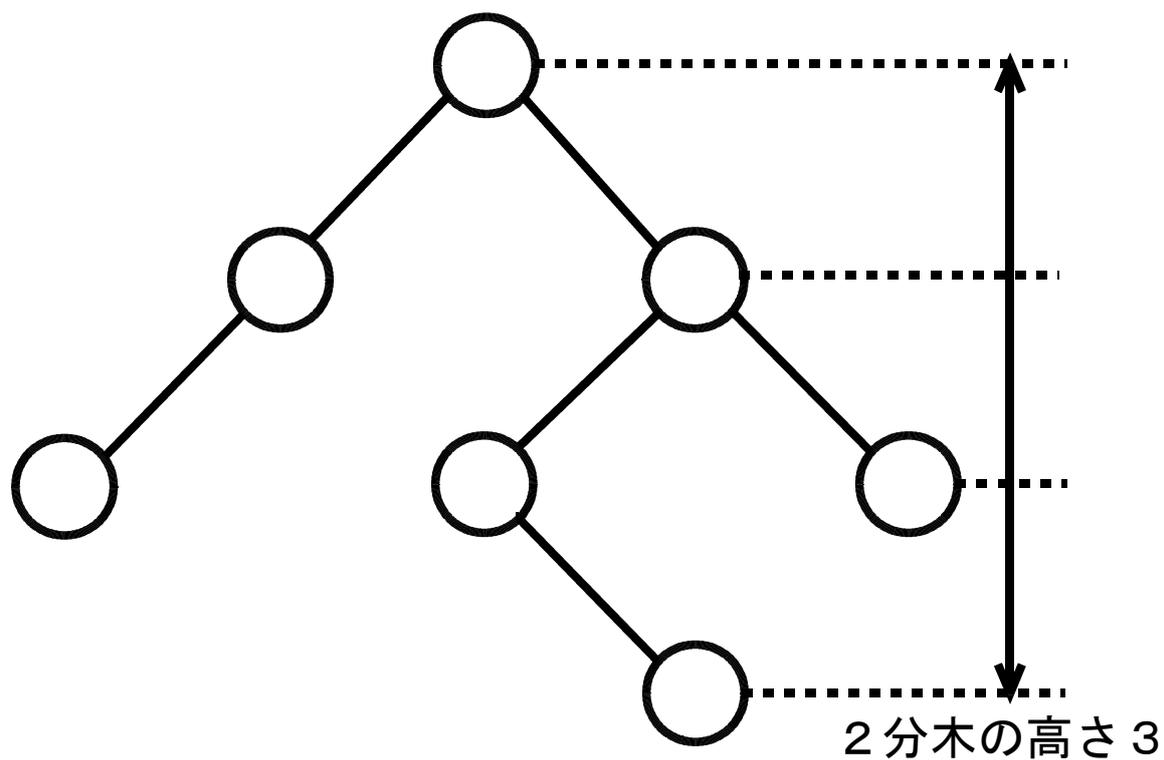
- ア 2
- イ 3
- ウ 4
- エ 5

## ◇問14解説

平衡2分木に関する問題である。

どの節から見ても左右の部分木の差が高々1しか差がないという平衡2分木の定義から考え、節の数が計7個の場合の平衡2分木の例は図のようになる。

図から、2分木の高さの差は3となり、求める答えはイである。



◇問14解答 イ

## 問15問題

B木に関する記述のうち、正しいものはどれか。

- ア B木内の各要素は、追加された順に格納されている。
- イ 根からそれぞれの葉までのレベル(深さ)は、要素のキー値に偏りがあると、一定にならない。
- ウ 要素の削除に伴って、部分木の要素数が一定値を下回るときは、隣の葉や節を含めて再構成される。
- エ 要素は、必ず新しい葉に対して追加される。

## ◇問15解説

バランス木に関する問題である。

2分木や多分木は要素の挿入・削除を繰り返していくと、木の形が変形しアンバランスな木の形になる。このようなアンバランスな状態を避けるのがバランス木である。

バランス木の特徴

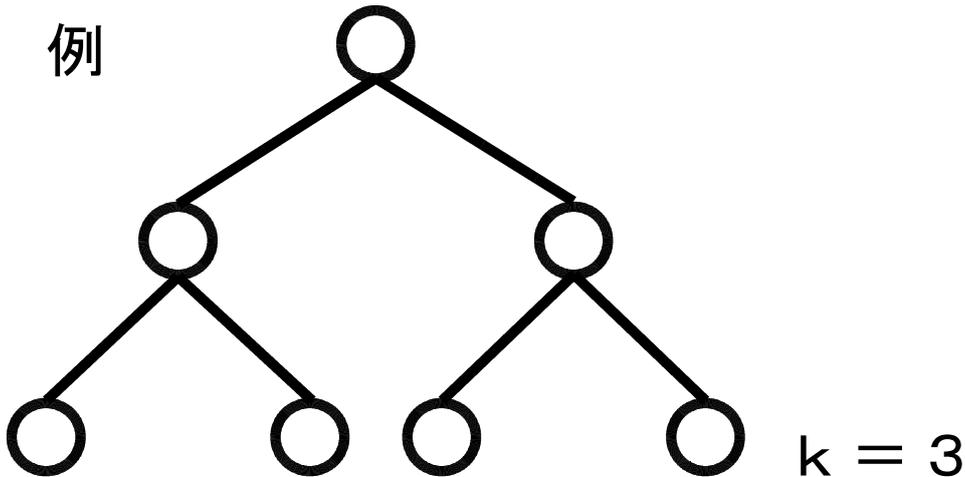
- ① 要素の挿入や削除を行う毎に木全体の構造を再構成する機能を持っている。
- ② バランス木は探索木的一种である。

バランス木は探索の回数を平均化するため、データの追加、削除によりバランスが崩れると、分裂・統合により木のバランスを保つように木全体の構造を再調整する機能を持っている。即ち、要素の削除に伴って、部分木の要素数が一定値を下回ると、隣の葉や節を含めて再構成する。求める答えはウとなる。

## ◇問15解答 ウ

## 問16問題

例



すべての葉をもつ完全2分木がある。この完全2分木で成り立つ関係式はどれか。

ここで、 $n$ は節点の個数、 $k$  ( $k \geq 1$ )は根から葉までの階層数を表す。例の階層数( $k$ )は3である。

- ア  $n = k(k - 1) + 1$
- イ  $n = k(k - 2) + 3$
- ウ  $n = 2^k - 1$
- エ  $n = 2^k + 1$

## ◇問16解説

バランス木の節点に関する問題である。

階層と節点の個数の関係

- ① 階層数によって、節点の数は変化する
- ② 各階層の節点の数は、値を除いて、最小値と最大値がある。

階層数	節点の個数		数式
	最小	最大	
1	1	1	$1 = 2^1 - 1$
2	2	3	$3 = 2^2 - 1$
3	4	7	$7 = 2^3 - 1$
4	8	15	$15 = 2^4 - 1$
...	...	...	
$K - 1$	$2^{K-2}$	$2^{K-1} - 1$	$2^{K-1} - 1$
$K$	$2^{K-1}$	$2^K - 1$	$2^K - 1$

階層数を  $K$  とし、節点の個数を  $N$  とすると、次の式が成立する。

$$N = 2^K - 1$$

求める答えはウとなる。

### ◇問16解答 ウ

## 問17問題

5 次のB木（各節点から出る枝の数 $\leq 5$ 、または各節点に格納されているキーの数 $\leq 4$ ）で、レベル2（深さ2でも同じ）までに格納できるキーの数はどれか。

- ア 9 6
- イ 1 0 0
- ウ 1 2 4
- エ 1 2 5

## ◇問17解説

各節に最大4個のキーを格納し、深さのレベルが2の5次のB木の最大キーの数を求める問題である。

### 5 次のB木の規則

- ① 葉を除く各節点が5個までのポインタを持つ。
- ② 各節点は4個までのキーを持つ。
- ③ すべての葉は同一レベルに現れる。根から葉までの深さが同じである。

### 5 次のB木の特徴

- ① メモリの使用効率を上げるため、各節点のポインタの数は、3個以上5個以下である。
- ② 根を除く要素のキーの数は4個。従って、2個以上4個以下である。

- ③ 根のポインタ数は2個以上、要素のキーの数は1個以上
- ④ データを追加・削除するたびに、節点の要素数は5個以上、または2個未満になると自動的に木の構造を変更し、葉のレベルが同一になるように調整する。

根の部分に4個、1レベルの部分は節から枝が5個出るから、 $5 \times 4 = 20$ 、2レベルの部分は更に各節から5個の枝が出るから、 $5 \times 6 \times 4 = 100$ 、従って、キーの全部の数は

$$100 + 20 + 4 = 124 \text{ 個}$$

となる。求める答えはウとなる。

### ◇問17解答 ウ

## 問18問題

A V L 木に関する記述のうち、正しいものはどれか。

- ア 任意の節点において左右の部分木の高さが等しい。
- イ 任意の節点において左右の部分木の高さの差が1以下である。
- ウ 根からすべての葉までの高さが等しい。
- エ 根からすべての葉までの高さの差が1以下である。

### ◇問18解説

A V L 木に関する問題である。

A V L 木は左右の部分木の深さの差が1以下の2分木である。完全2分木は根から最も遠い葉までの経路の長さと、根から最も近い葉までの経路の長さの差が1以下である。

アは左右の部分木の高さの差が等しいが正しくない。

イの任意の節点において左右の部分木の高さの差が1以下であるが正しい記述になる。求める答えはイとなる。

ウ、エは完全2分木に関する内容である。

### ◇問18解答 イ

## 問19問題

後置記法(逆ポーランド記法)では、例えば、式  $X = (A - B) \times C$  を  $X A B - C \times =$  と表現する。

次の式を後置記法で表現したものはどれか。

$$X = (A + B) \times (C - D \div E)$$

- ア  $X A B + C D E \div - \times =$
- イ  $X A B + C - D E \div \times =$
- ウ  $X A B + E D C \div - \times =$
- エ  $X B A + C D - E \div \times =$

## ◇問19解説

逆ポーランド記法に関する問題である。

四則演算を逆ポーランド記法に変換するには二分木の後行順ならいを利用する。

二分木の葉の部分に変数を  $X A B C D E$  の順に並べる。四則演算の演算子の優先度レベルの順位の高いものから順次、次のように演算子で結合する。

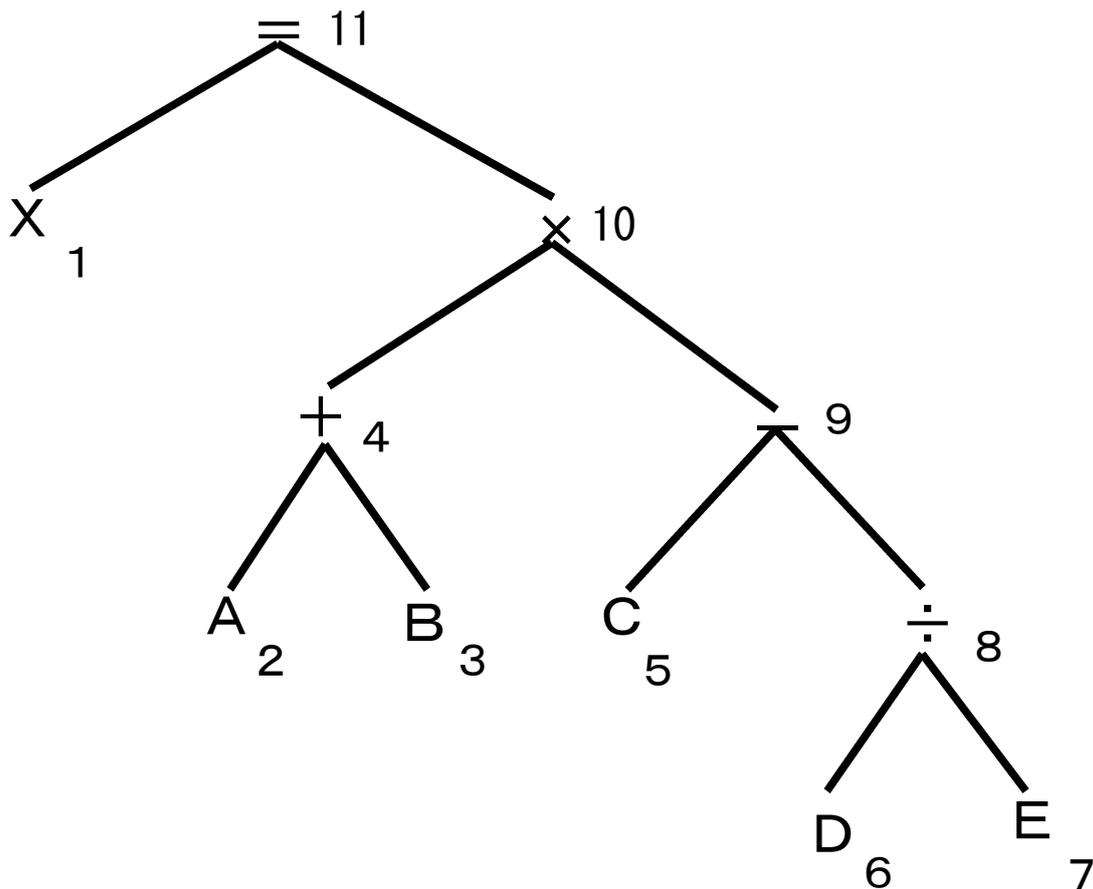
- ①  $A B$  を  $+$  で結合する。
- ②  $D E$  を  $\div$  で結合する。
- ③  $C$  と  $\div$  を  $-$  で結合する。
- ④  $+$  と  $-$  を  $\times$  で結合する。
- ⑤  $X$  と  $\times$  を  $=$  で結合する。

完成した二分木に後行順ならいを実行すると、図の二分木に示すノードの順番になる。

このノードの順番に変数、演算子を並べると答えが次のように求まる。

$$X A B + C D E \div - \times =$$

となり、求める答えはアとなる。



◇問19解答 ア

## 問20問題

逆ポーランド表記法(後置表記法)で,

$$E F - G \div C D - A B + \div +$$

と表現される式はどれか。

- ア  $((A + B) + (C - D)) \div G - (E \div F)$
- イ  $((A + B) \div (C - D)) + G \div (E - F)$
- ウ  $((E - F) \div G) + ((C - D) \div (A + B))$
- エ  $((E - F) \div G) \div ((C - D) + (A + B))$

## ◇問20解説

逆ポーランド記法(後置表記法)に関する問題である。

次の2つの考え方のいずれかを利用すれば答えを求めることができる。

- ① ア～エの二分木を作成し、後行順で逆ポーランド記法を求める。
- ② 逆ポーランド記法を利用して、左から順次演算子の前の2つの変数で式を求める。

ここでは②の考え方で解く。次の手順で実行する。

- ①  $E F -$ から  $E - F$
- ②  $(E - F) G \div$ から  $(E - F) \div G$
- ③  $C D -$ から  $C - D$

④  $AB +$  から  $A + B$

⑤  $(C - D)(A + B) \div$  から  $(C - D) \div (A + B)$

⑥ ②、⑥の結果を利用して、 $((E - F) \div G)((C - D) \div (A + B)) +$  から次の式が求まる。

$$((E - F) \div G) + ((C - D) \div (A + B))$$

求める答えはウとなる。

◇問20解答 ウ

## 問21問題

A = 1, B = 3, C = 5, D = 4, E = 2 のとき、逆ポーランド表記法で表現された式  $A B + C D E / - *$  の演算結果はどれか。

- ア 1 2
- イ 2
- ウ 1 2
- エ 1 4

### ◇問21解説

逆ポーランド記法に関する問題である。

$A B + C D E / - *$  に値を代入すると、 $1 3 + 5 4 2 / - *$  となる。

演算は次のようになる。

$$\begin{aligned}(1 + 3) \times (5 - 4 / 2) &= 4 \times (5 - 2) \\ &= 4 \times 3 \\ &= 12\end{aligned}$$

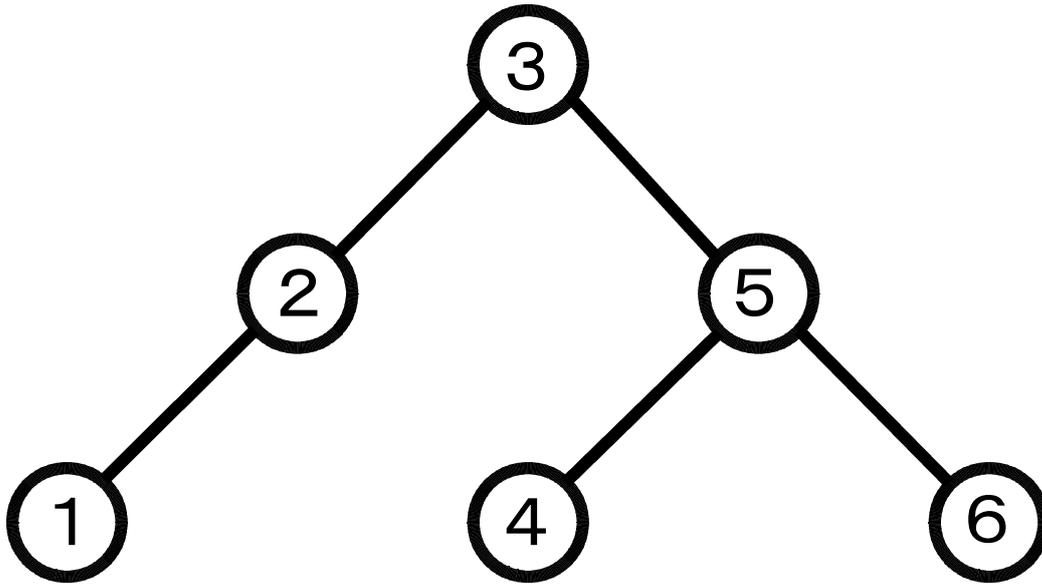
求める答えは 1 2 となる。

### ◇問21解答 ウ

## 問22問題

二分木を入力するためのテキスト表現として、（左部分木の節番号またはテキスト表現、節番号、右部分木の節番号またはテキスト表現）と記述する方法を採用した。

部分木が空の時は x を書く。図のように節に番号を付けたとき、テキスト表現として正しいものはどれか。

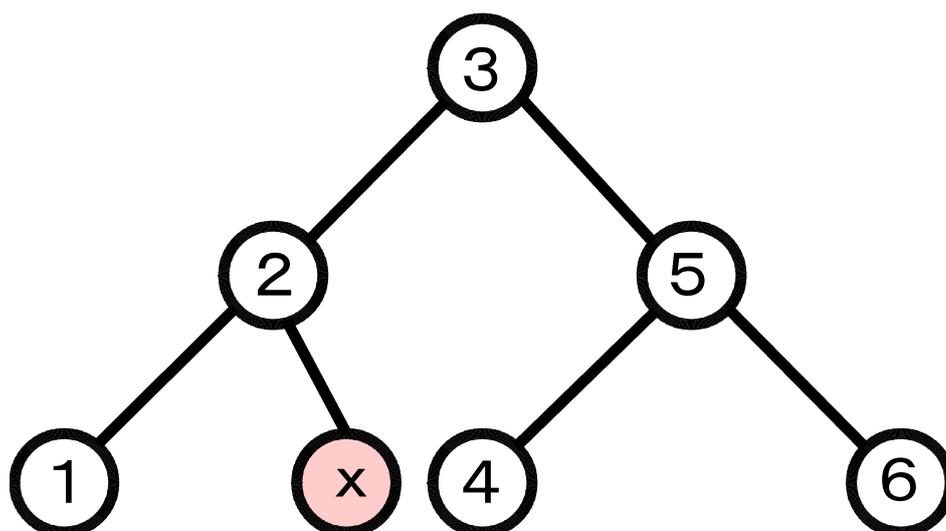


- ア ((1、2、3)、(4、5、6))
- イ ((1、2)、3、(4、5、6))
- ウ ((1、2、3)、x、(4、5、6))
- エ ((1、2、x)、3、(4、5、6))

## ◇問22解説

二分木に関する問題である。

部分木が空の場合を x として、二分木を作成すると図のようになる。



図の二分木を

(左部分木の節番号またはテキスト表現、節番号、  
右部分木の節番号またはテキスト表現)

で表すと、

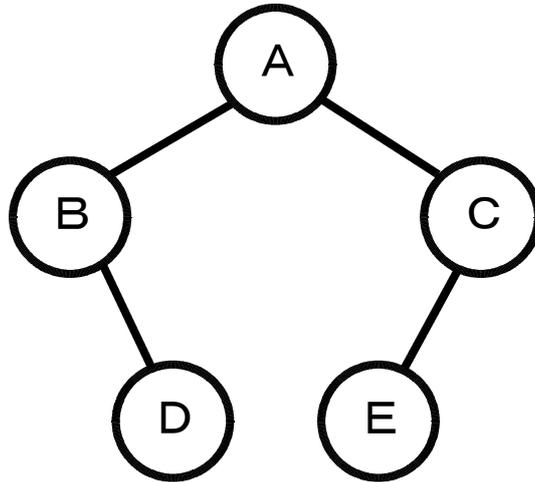
((1、2、x)、3、(4、5、6))

となる。求める答えはエとなる。

◇問22解答 エ

## 問23問題

2分木の節に付けられた記号を印字する。印字の順序は各節について、その節の左部分木、その節、その節の右部分木の順である。図の2分木について印字した結果はどれか。



- ア A B D C E
- イ B D A C E
- ウ B D A E C
- エ D B A C E

### ◇問23解説

二分木に関する問題である。

印字の順序は、

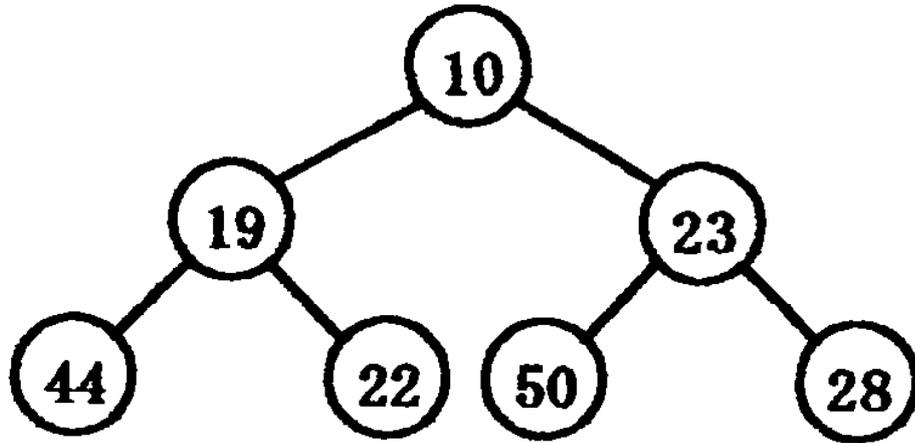
その節の左部分木、その節、その節の右部分木

であるから、B D A E Cとなり、求める答えはウとなる。

### ◇問23解答 ウ

## 問24問題

図の2分木はヒープである。これを配列で表したものはどれか。



ア	1 0	1 9	2 3	4 4	2 2	5 0	2 8
イ	1 0	1 9	2 2	2 3	2 8	4 4	5 0
ウ	4 4	1 9	2 2	1 0	2 3	5 0	2 8
エ	4 4	2 2	5 0	2 8	1 9	2 3	1 0

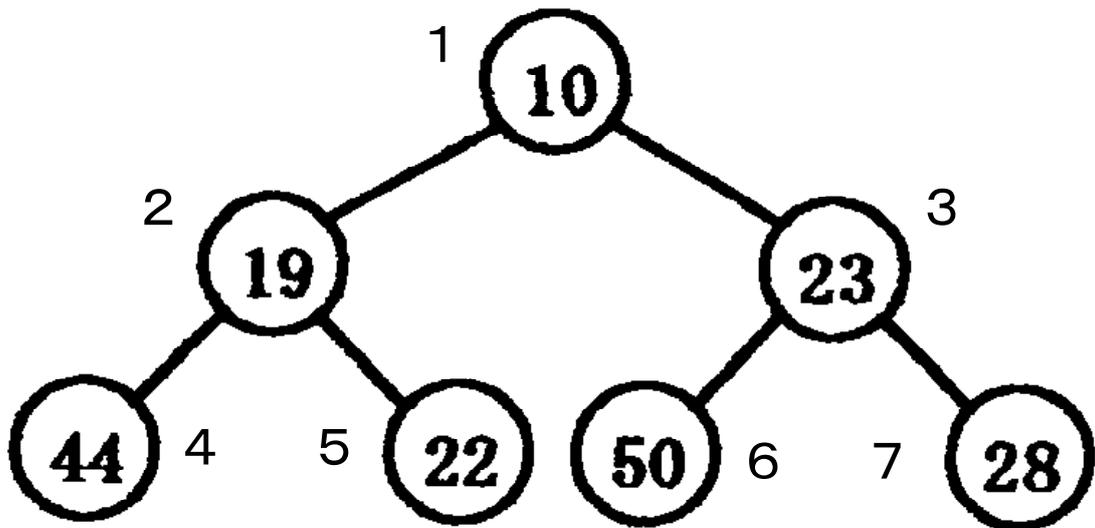
### ◇問24解説

ヒープ木に関する問題である。

ヒープ木は根の部分の添字の1として、各レベルの左から右に向かって添字の番号を付ける。

下位のレベルの値は上位のレベルの値より大きい(または小さい)の特徴がある。

ヒープ木の節に番号を付けると図のようになる。



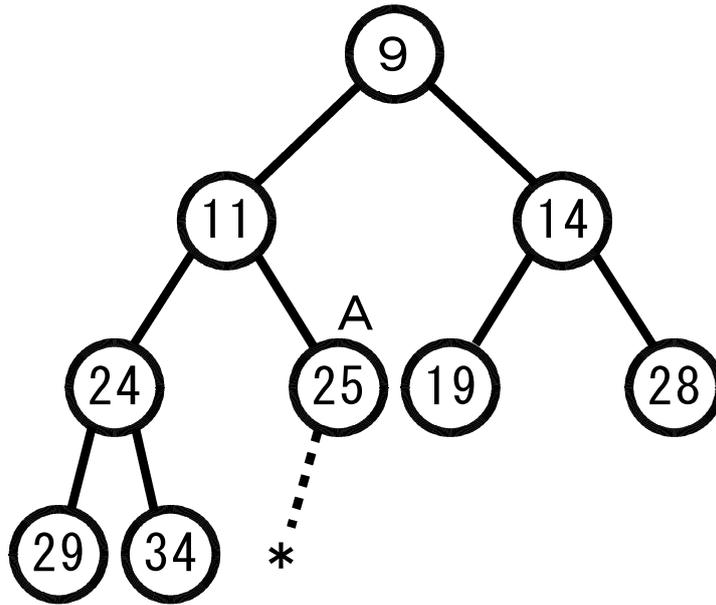
ヒープ木の値を番号順に並べると次のようになる。

1 0 → 1 9 → 2 3 → 4 4 → 2 2 → 5 0 → 2 8

求める答えはアである。

◇問24解答 ア

## 問25問題



親の節の値が子の節の値より小さいヒープがある。このヒープへの挿入は、要素を最後部に追加し、その要素が親よりも小さいとき親と子を交換することを繰り返せばよい。次のヒープの\*の位置に7を追加したとき、Aの位置にくる要素はどれか。

- ア 7
- イ 9
- ウ 1 1
- エ 2 5

### ◇問25解説

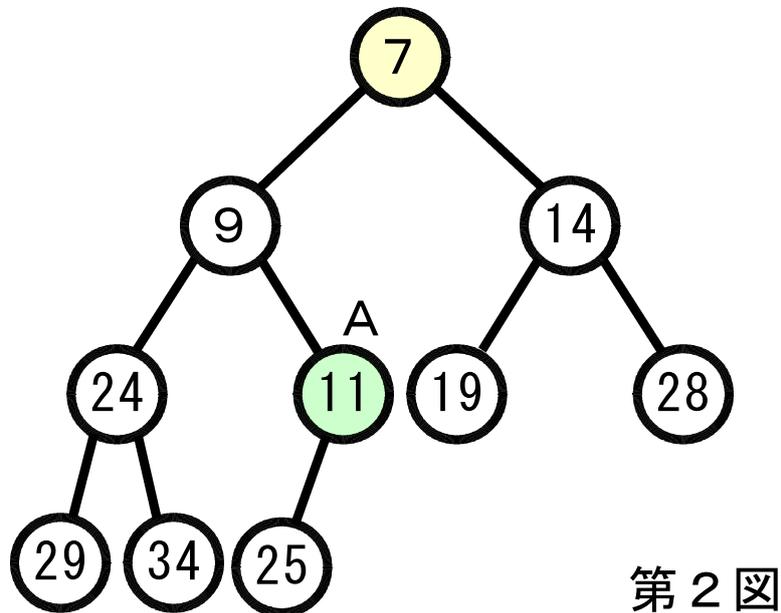
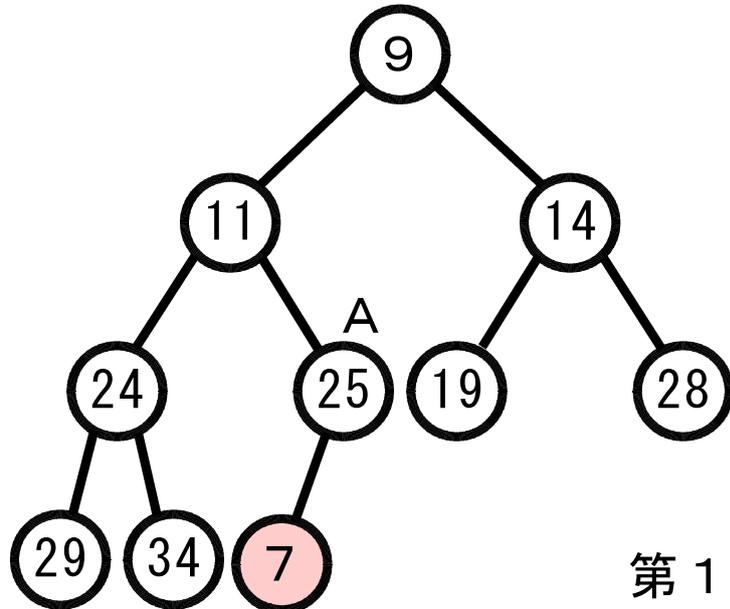
ヒープ木の挿入に関する問題である。

\*の位置に7を追加した図は、第1図の二分木になる。

ヒープの規則を用いて、ノードの値を交換すると次のようになる。

- ① 7と25を交換する。
- ② 7と11を交換する。
- ③ 7と9を交換する

交換後のヒープ木は第2図のようになる。



Aのノードにくる値は11となる。求める答えはウである。

◇問25解答 ウ