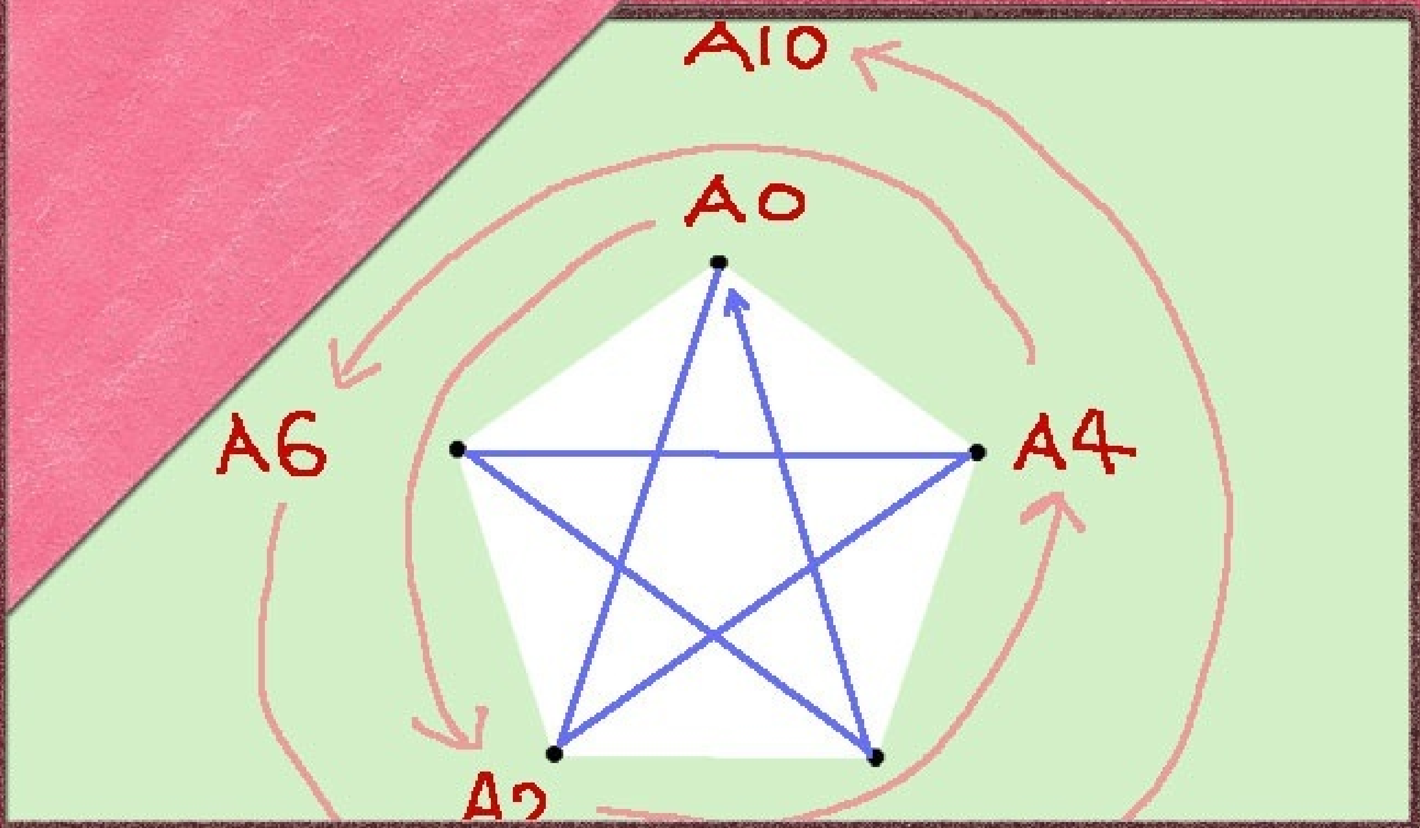
茜町春彦



幾何エッセイ

正多角形および星形一筆書と素数判定法(ベータ版)

扉

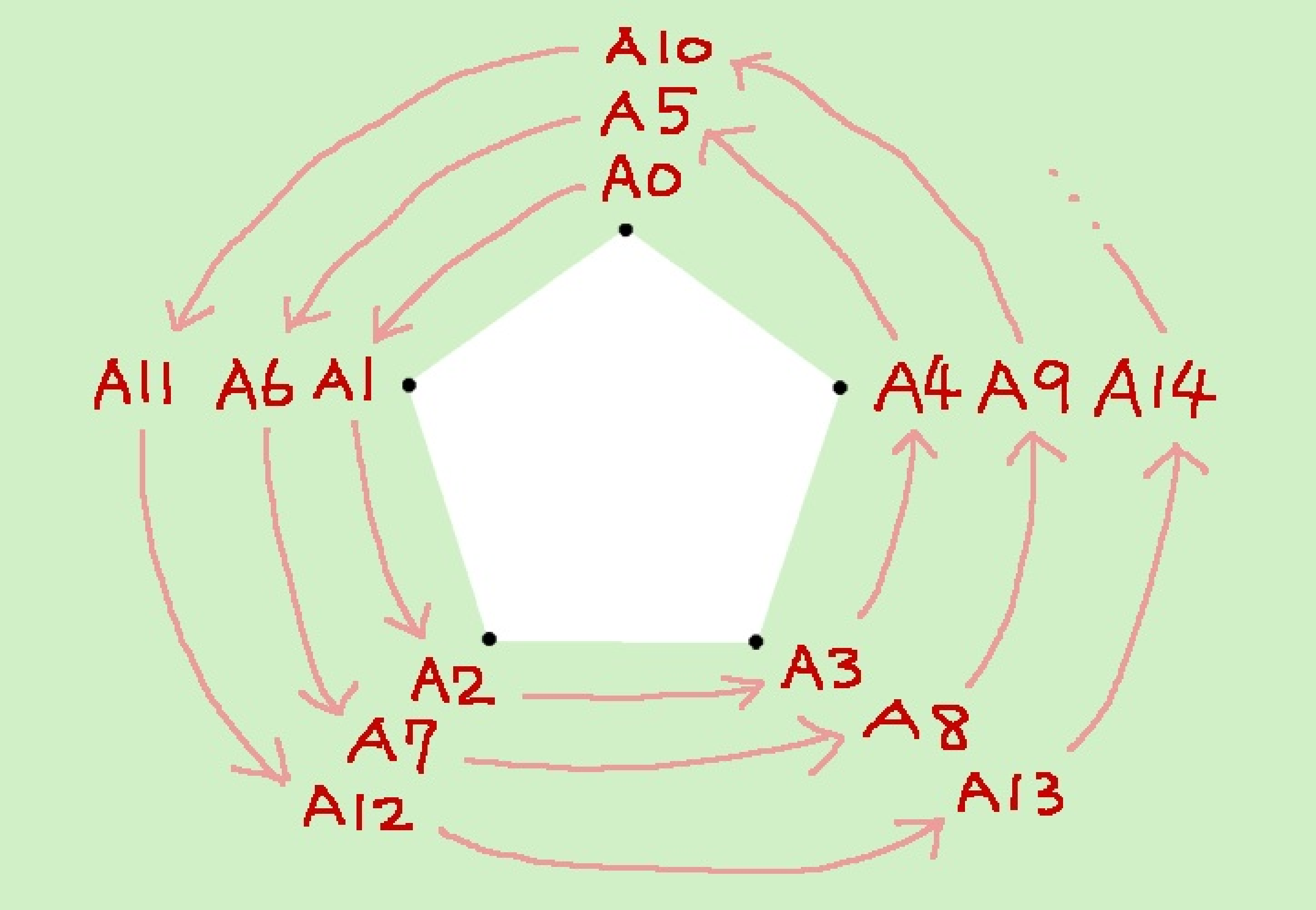
幾何エッセイ

『正多角形および星形一筆書と素数判定法（ベータ版）』

著者：茜町春彦

概要：自然数Ｎが素数であるか、合成数であるか、を判定する方法を解説します．素数を判定する目的では正多角形である必要はなく、普通の多角形でＯＫなのですが、作図が簡単なので正多角形を使用しました．（本書のテーマは幾何学ではなく、数論です）

解説のための準備

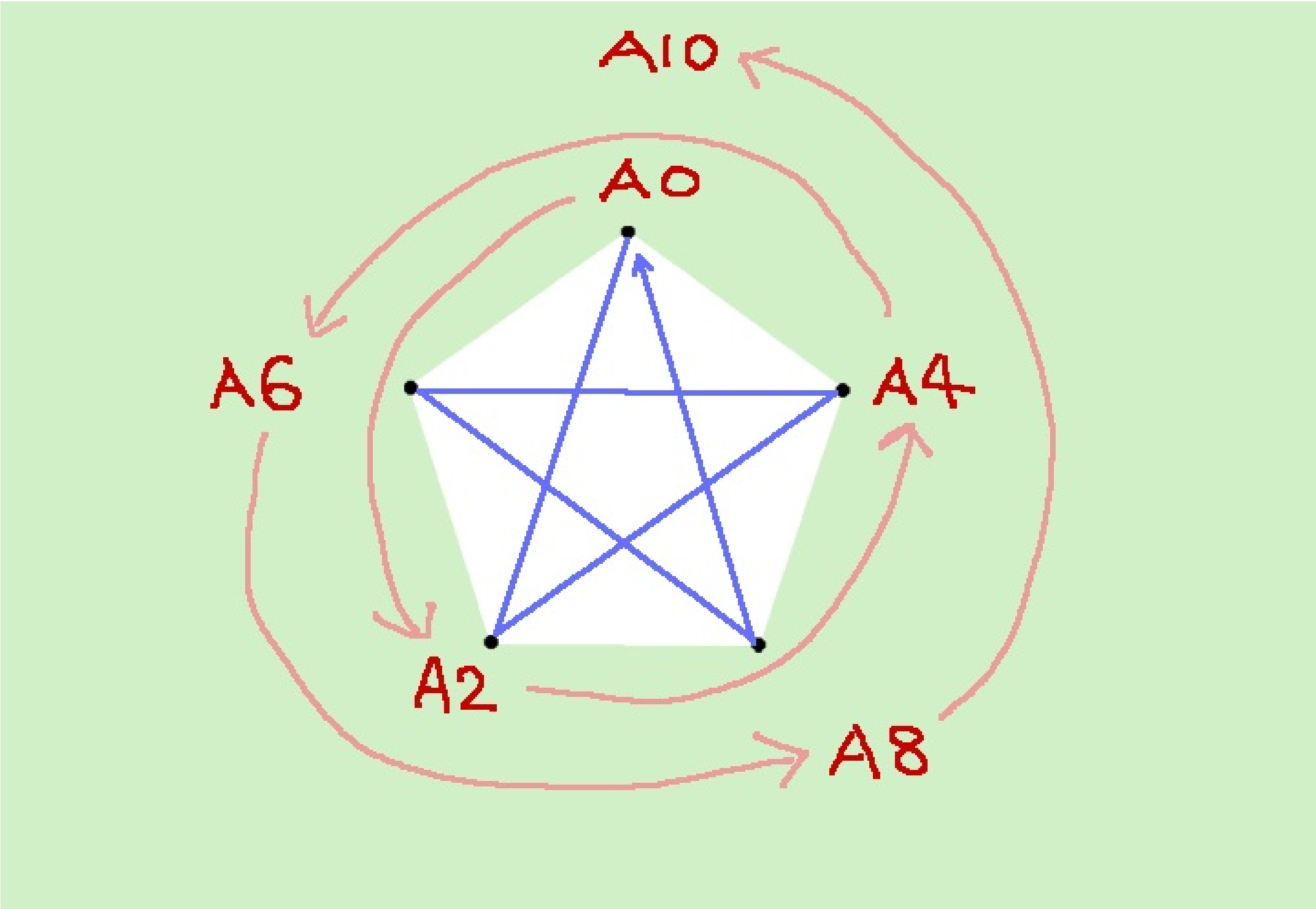


《正多角形の各頂点に名前を付けて識別する》
まず、正多角形のどれか１つの頂点を一筆書の始点に選び、Ａ０と呼ぶことにします．
そして、Ａ０から反時計回りに１番目の頂点をＡ１、２番目の頂点をＡ２，３番目の頂点をＡ３、４番目の頂点をＡ４・・・、ｉ番目の頂点をＡｉ、と呼ぶことにします．（本書では、反時計回りに頂点を巡って行くことにします）
また、各頂点は一巡、二巡、三巡およびそれ以降に於いて、複数の名前を持つことにします．

《始点と終点》
一筆書は始点から書き始めて、必ず始点に戻って来ると仮定しています．つまり、始点と終点が一致すると云う事です．（証明は行なっておりません）

《一筆書の方法》
始点から等間隔で頂点を巡って一筆書を行なう事とします．例えば、頂点を２番目づつ巡るなら、Ａ０→Ａ２→Ａ４→Ａ６→Ａ８→Ａ１０と巡ります．３番目づつ巡るなら、Ａ０→Ａ３→Ａ６→Ａ９→Ａ１２→Ａ１５と巡ります．

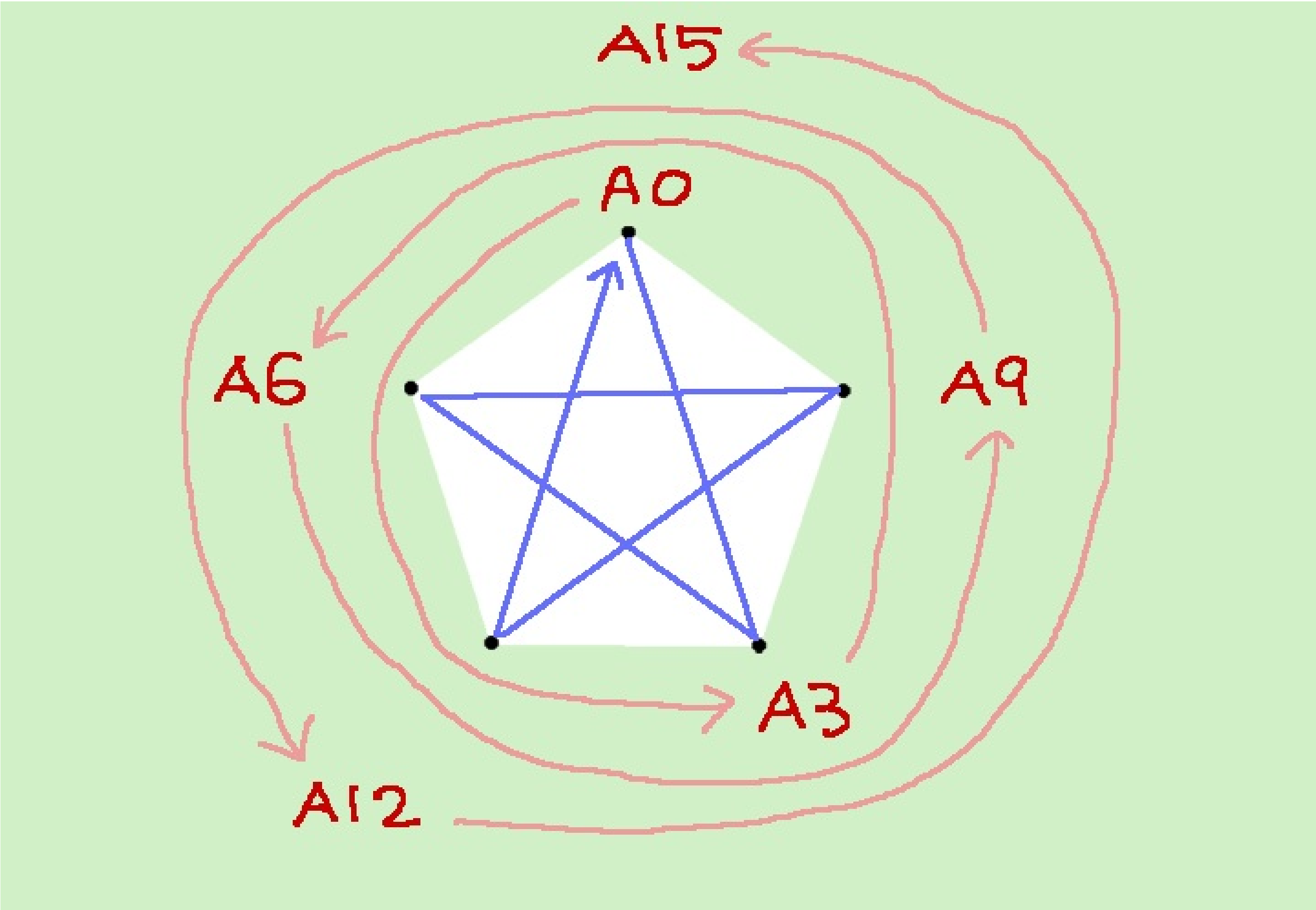
一筆書の実例



《実例について》
正５角形と正８角形に関する一筆書の手順を幾つか示します．他の正多角形も同様に考える事とします．

《正５角形：２番目づつ》
始点Ａ０から反時計回りに頂点を２番目づつ巡り一筆書を行ないます．
すると、Ａ０→Ａ２→Ａ４→Ａ６→Ａ８→Ａ１０の順で星形の一筆書が出来ます．
この時、全ての頂点を経由しています．

一筆書の実例



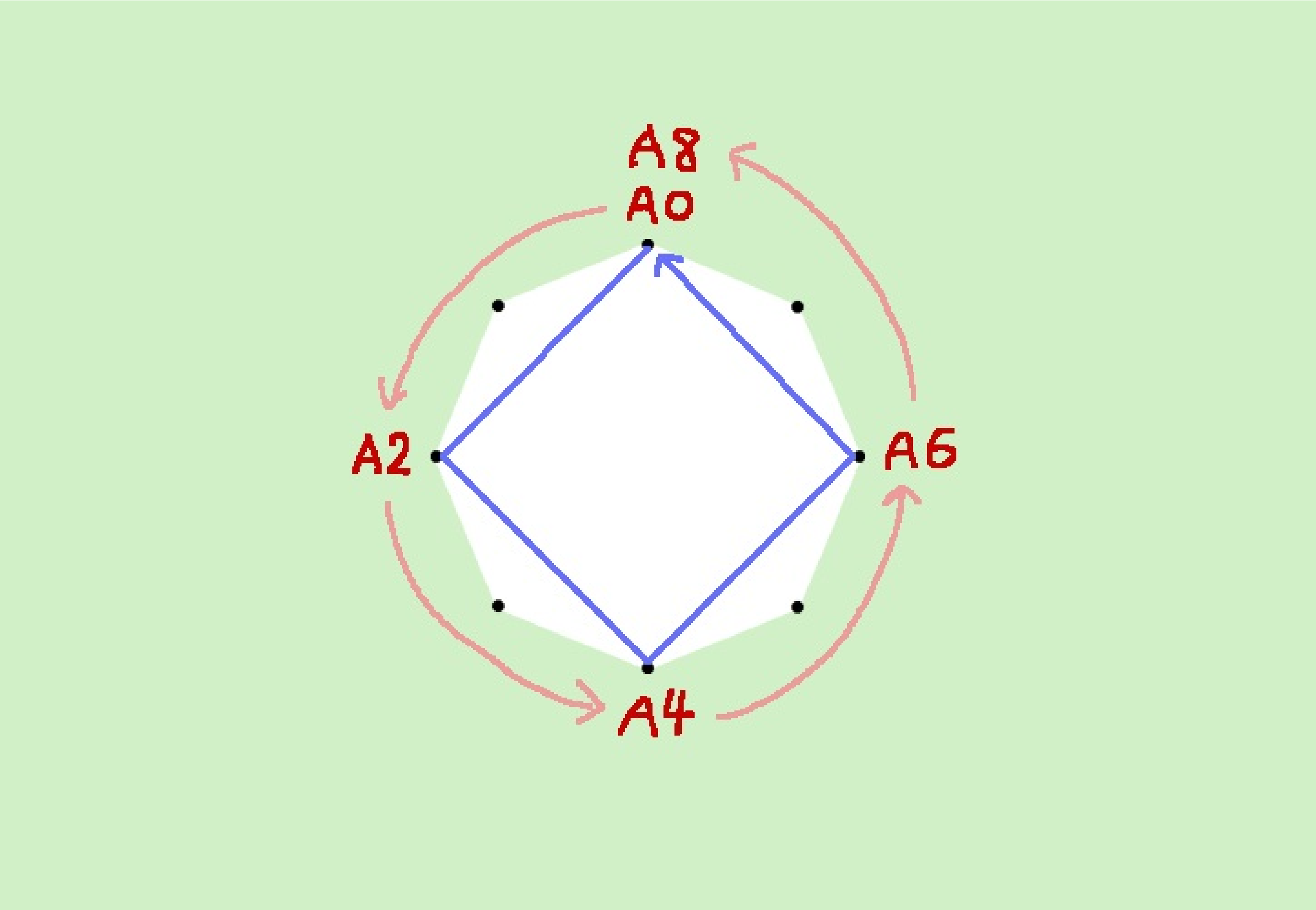
《正５角形：３番目づつ》

始点Ａ０から反時計回りに頂点を３番目づつ巡り一筆書を行ないます.

すると、Ａ０→Ａ３→Ａ６→Ａ９→Ａ１２→Ａ１５の順で星形の一筆書が出来ます.

この時、全ての頂点を経由しています.

一筆書の実例



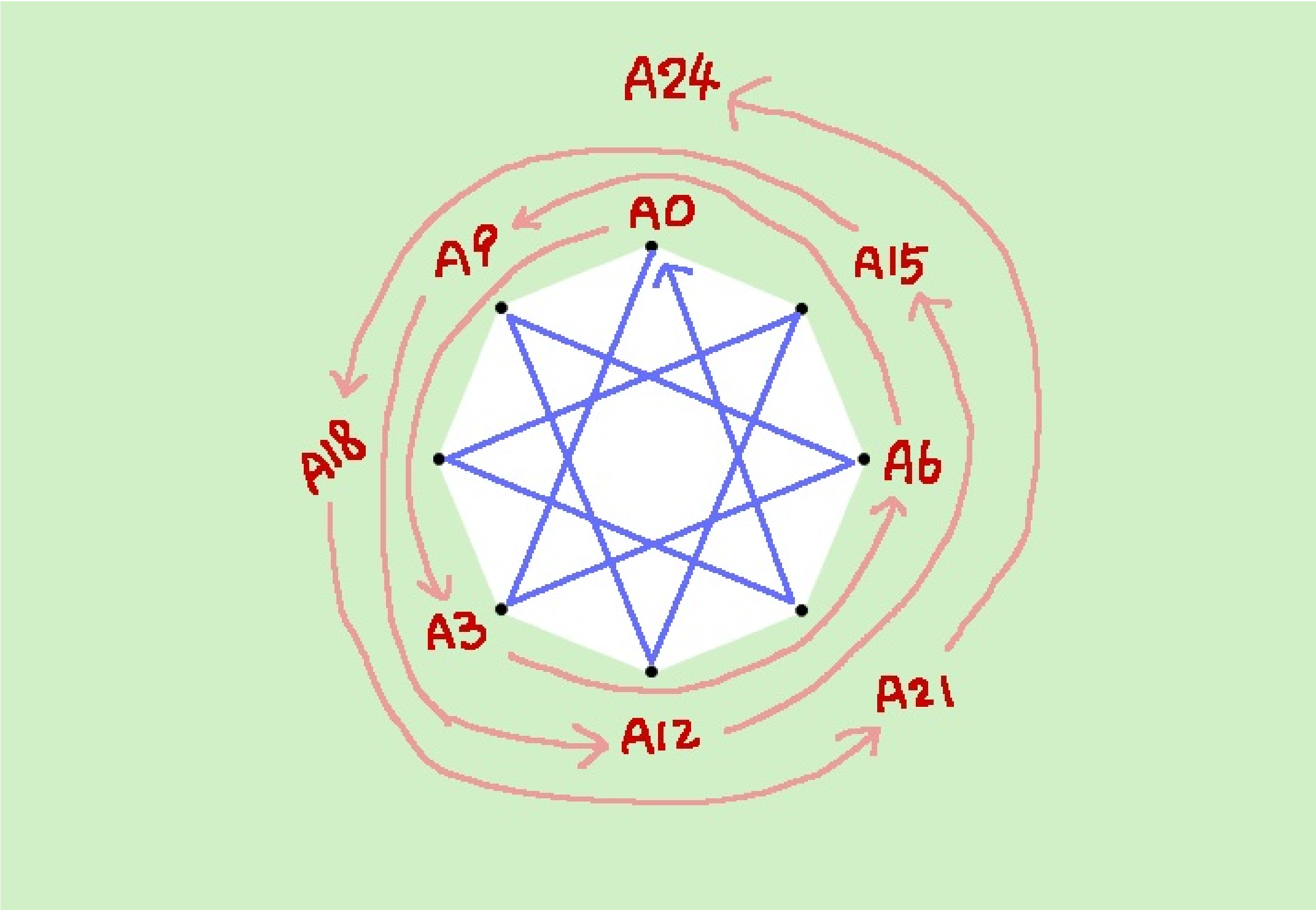
《正８角形：２番目づつ》

始点Ａ０から反時計回りに頂点を２番目づつ巡り一筆書を行ないます．

すると、Ａ０→Ａ２→Ａ４→Ａ６→Ａ８の順で正方形の一筆書が出来ます．

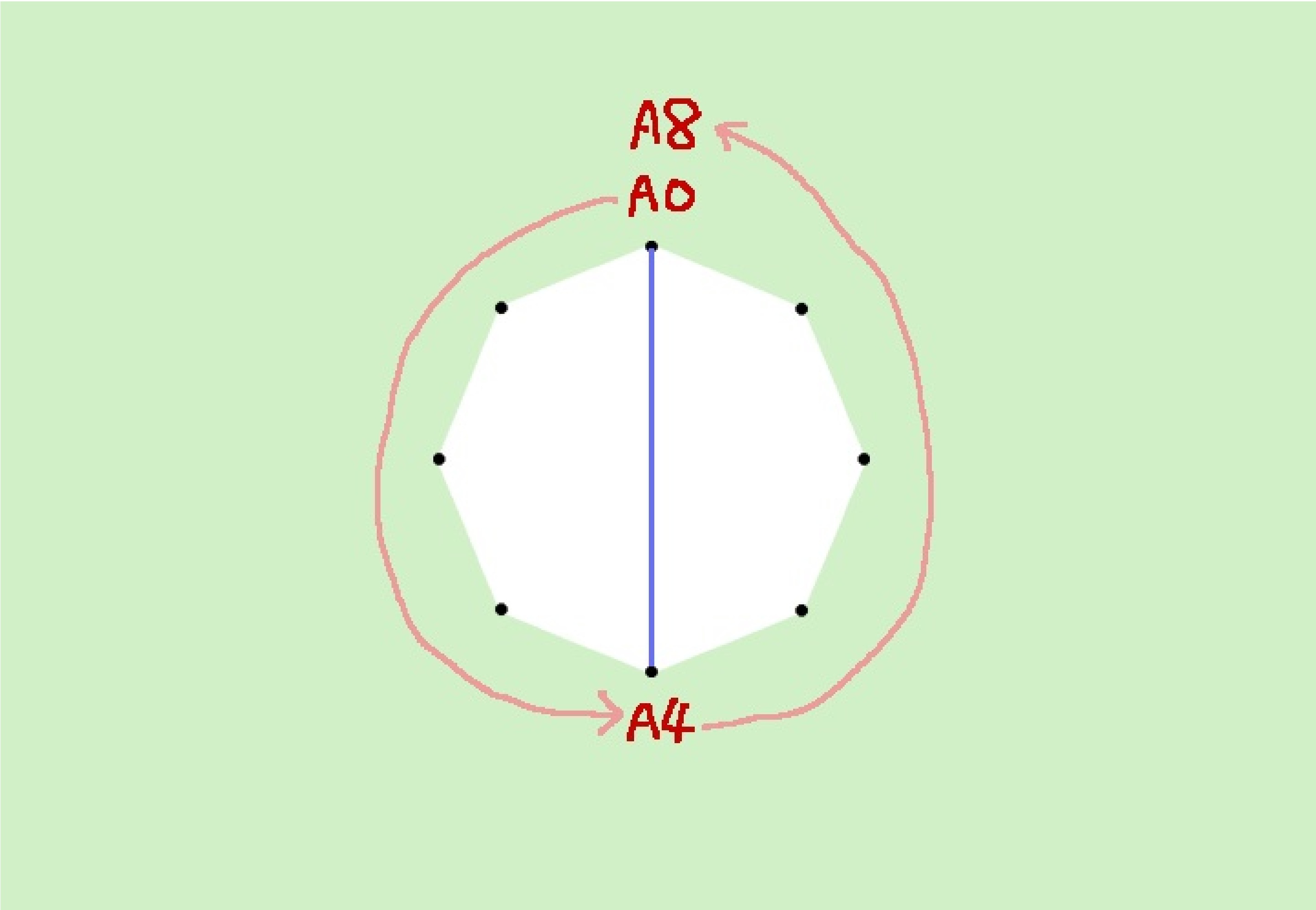
この時、経由しない頂点が残ります．

一筆書の実例



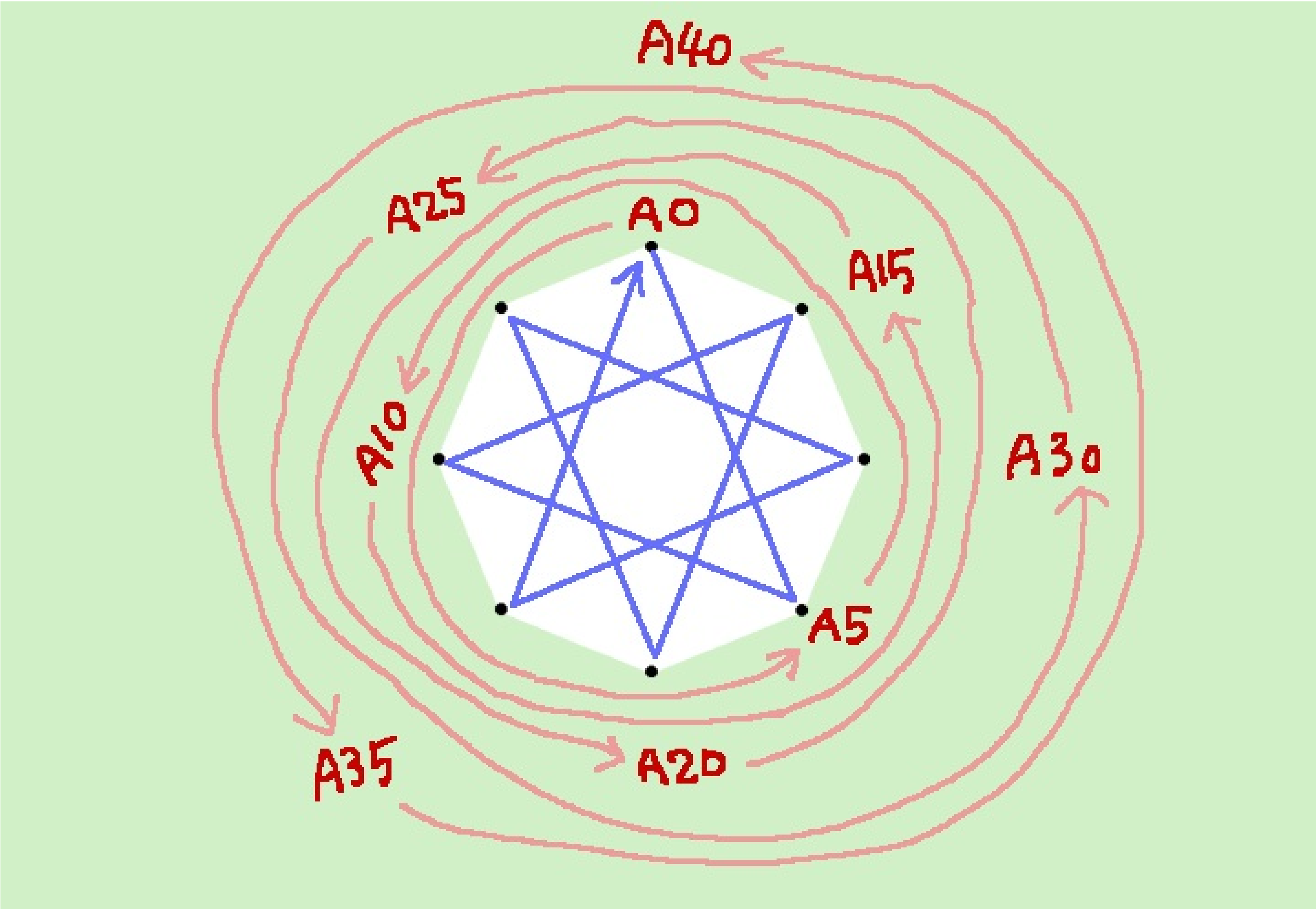
《正８角形：３番目づつ》
始点Ａ０から反時計回りに頂点を３番目づつ巡り一筆書を行ないます.
すると、Ａ０→Ａ３→Ａ６→Ａ９→Ａ１２→Ａ１５→Ａ１８→Ａ２１→Ａ２４の順で星形の一筆書が出来ます.
この時、全ての頂点を経由しています.

一筆書の実例



《正８角形：４番目づつ》
始点Ａ０から反時計回りに頂点を４番目づつ巡り一筆書を行ないます.
すると、Ａ０→Ａ４→Ａ８の順で一本の対角線を往復します.
この時、経由しない頂点が残ります.

一筆書の実例



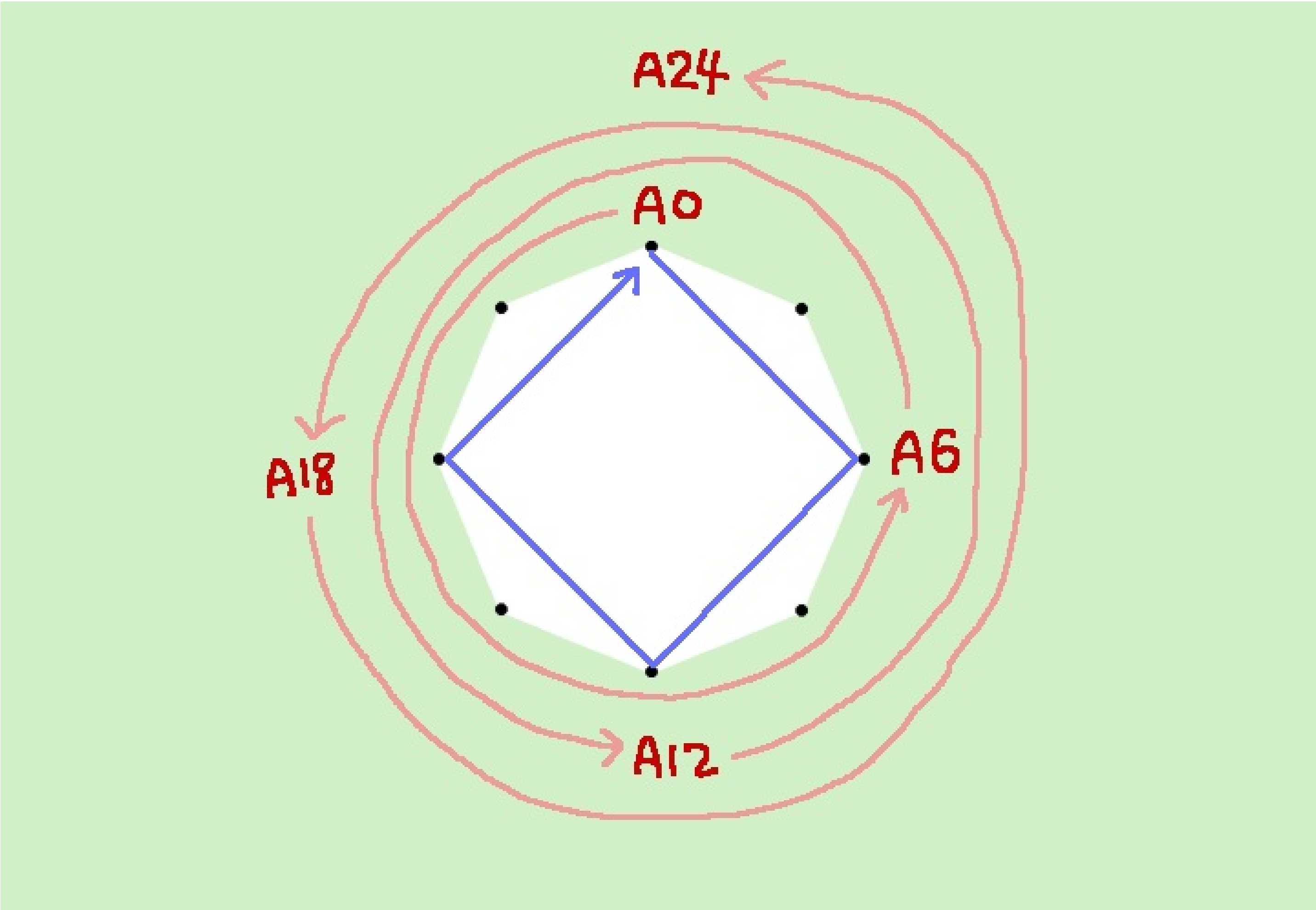
《正８角形：５番目づつ》

始点Ａ０から反時計回りに頂点を５番目づつ巡り一筆書を行ないます.

すると、Ａ０→Ａ５→Ａ１０→Ａ１５→Ａ２０→Ａ２５→Ａ３０→Ａ３５→Ａ４０の順で星形の一筆書が出来ます.

この時、全ての頂点を経由しています.

一筆書の実例



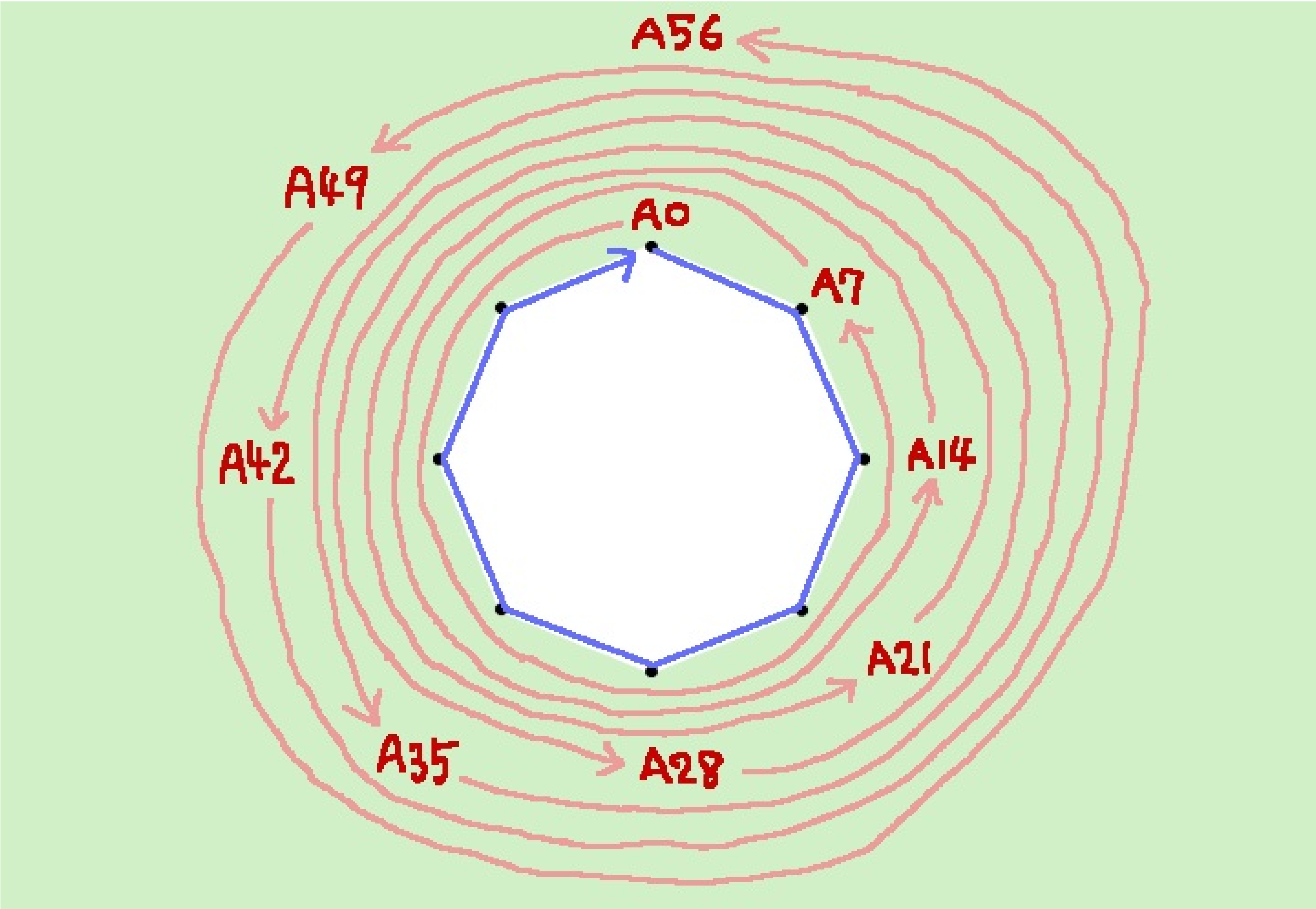
《正８角形：６番目づつ》

始点Ａ０から反時計回りに頂点を６番目づつ巡り一筆書を行ないます.

すると、Ａ０→Ａ６→Ａ１２→Ａ１８→Ａ２４の順で正方形の一筆書が出来ます.

この時、経由しない頂点が残ります.

一筆書の実例



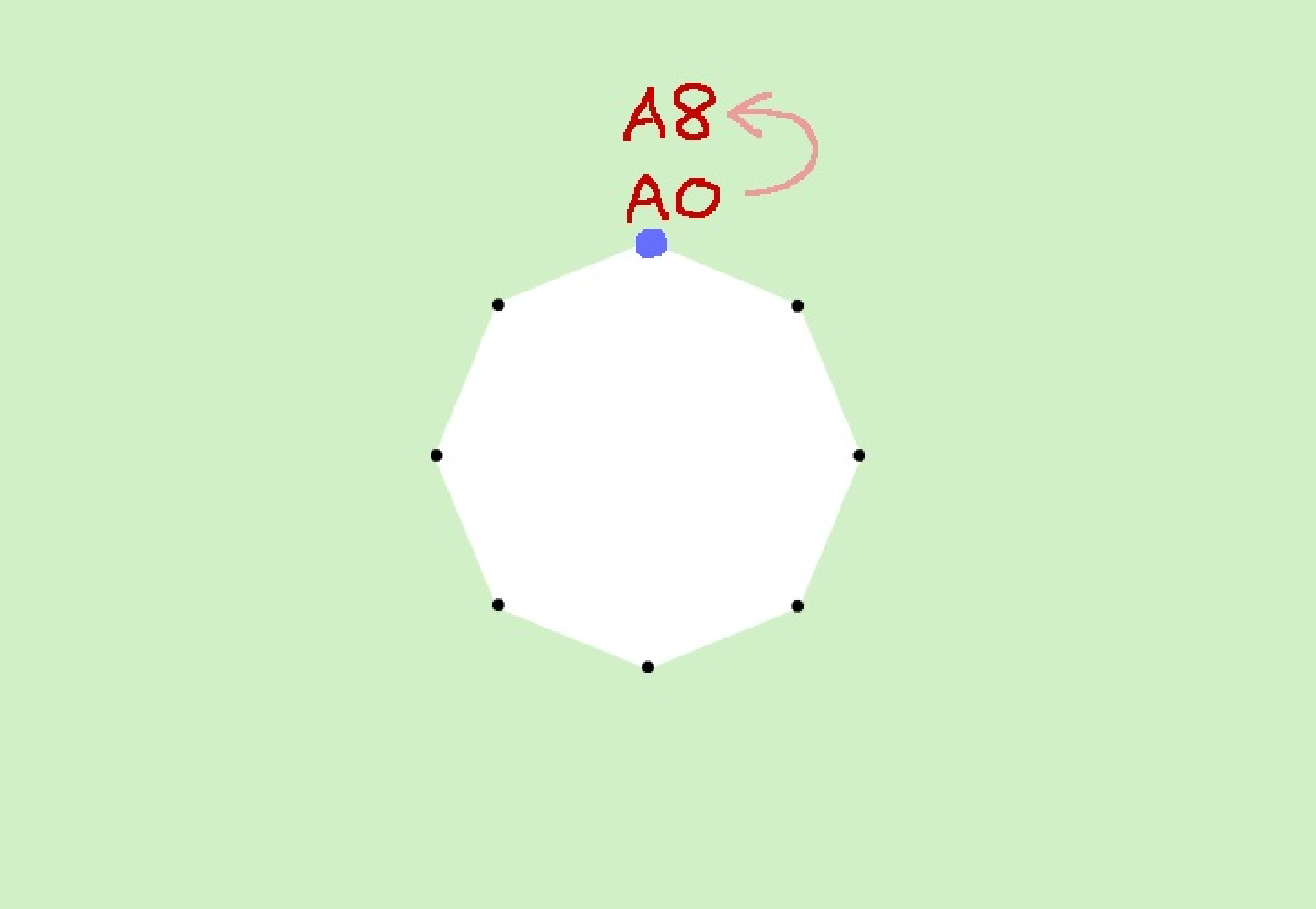
《正８角形：７番目づつ》

始点Ａ０から反時計回りに頂点を７番目づつ巡り一筆書を行ないます.

すると、Ａ０→Ａ７→Ａ１４→Ａ２１→Ａ２８→Ａ３５→Ａ４２→Ａ４９→Ａ５６の順で正８角形の外形の一筆書が出来ます.

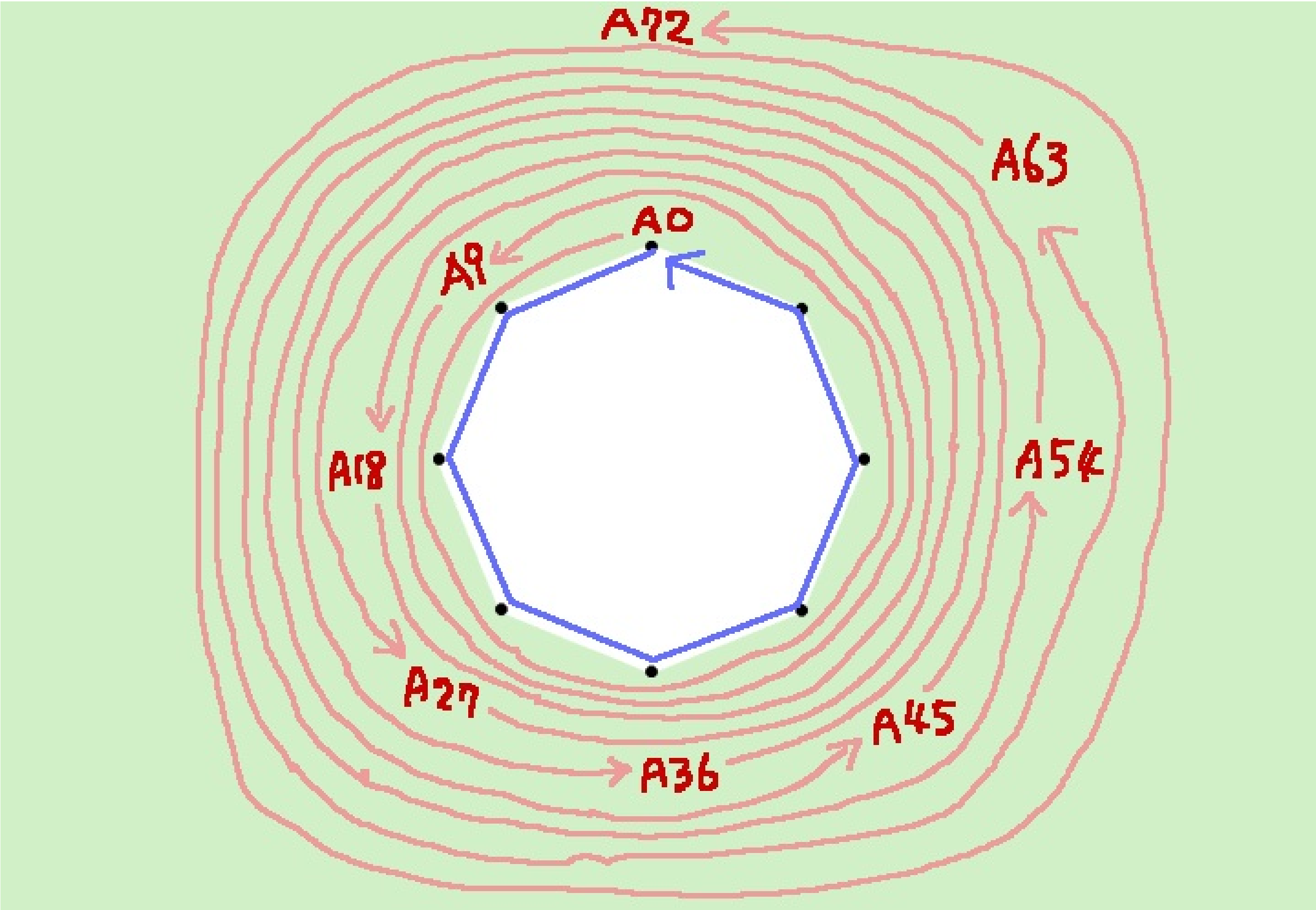
この時、全ての頂点を経由しています.

一筆書の実例



《正８角形：８番目づつ》
始点Ａ０から反時計回りに頂点を８番目づつ巡り一筆書を行ないます.
すると、Ａ０→Ａ８であり、始点がそのまま終点となります.
この時、経由しない頂点が残ります.

一筆書の実例



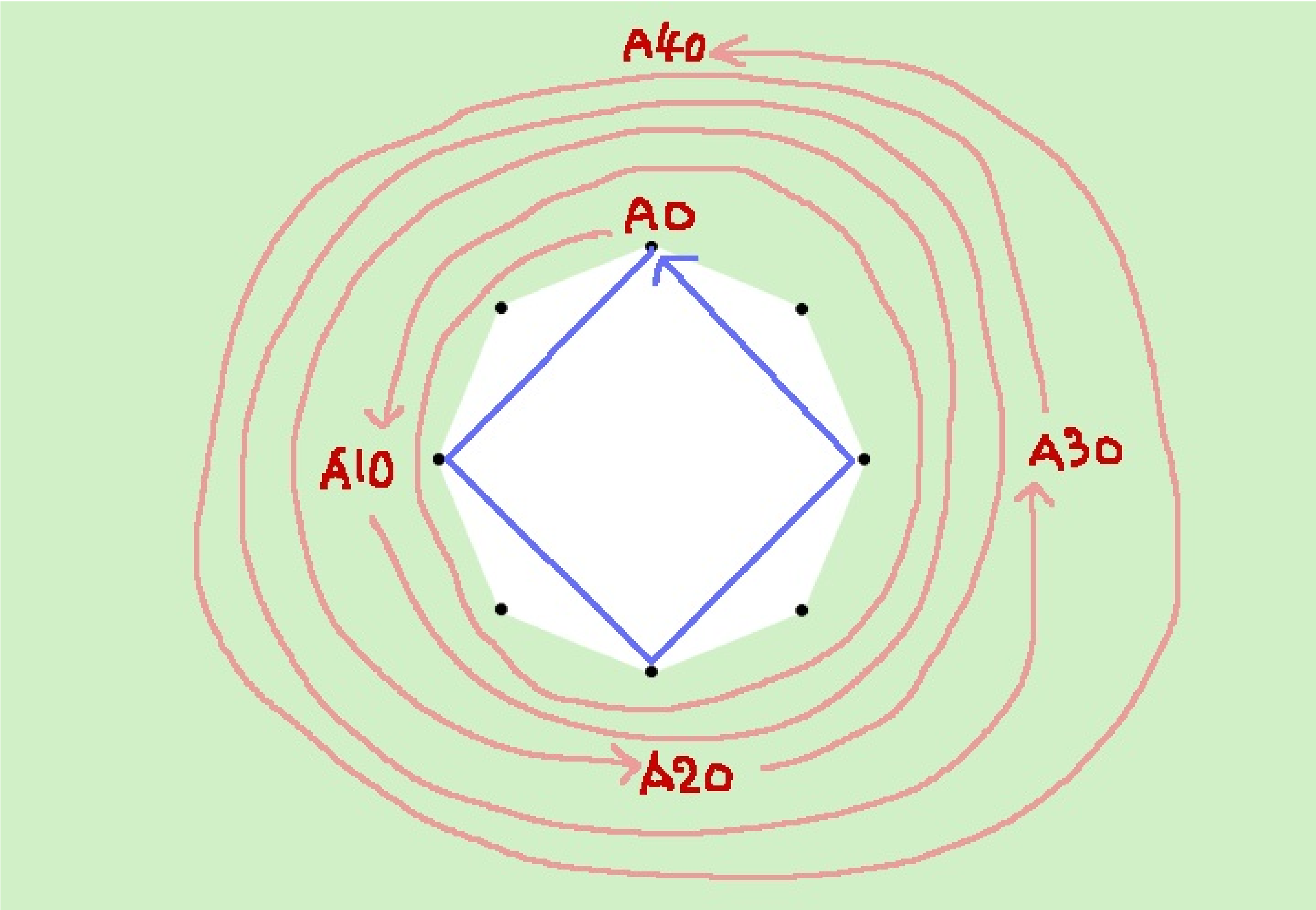
《正８角形：９番目づつ》

始点Ａ０から反時計回りに頂点を９番目づつ巡り一筆書を行ないます.

すると、Ａ０→Ａ９→Ａ１８→Ａ２７→Ａ３６→Ａ４５→Ａ５４→Ａ６３→Ａ７２の順で正８角形の外形の一筆書が出来ます.

この時、全ての頂点を経由しています.

一筆書の実例



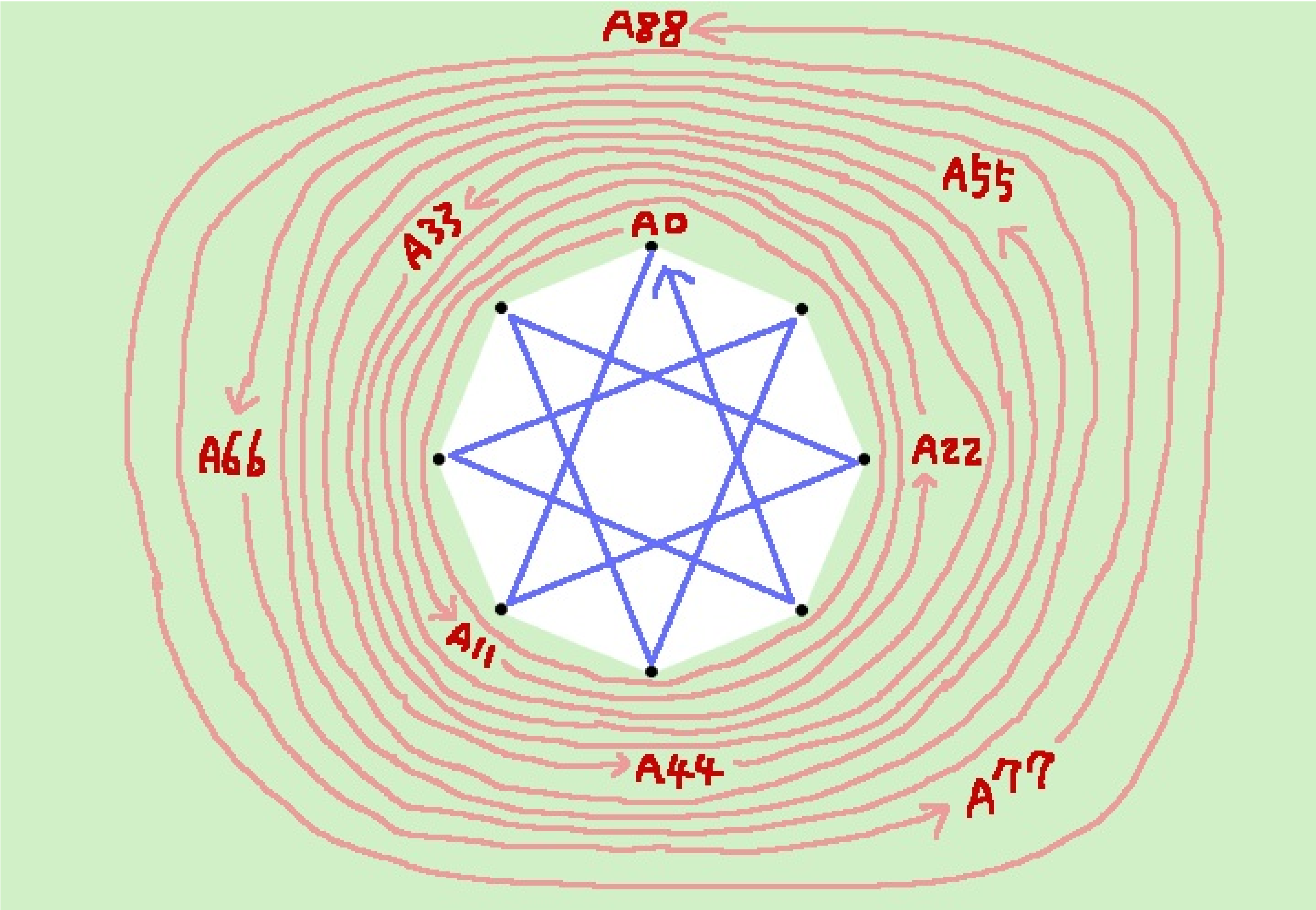
《正８角形：１０番目づつ》

始点Ａ０から反時計回りに頂点を１０番目づつ巡り一筆書を行ないます.

すると、Ａ０→Ａ１０→Ａ２０→Ａ３０→Ａ４０の順で正方形の一筆書が出来ます.

この時、経由しない頂点が残ります.

一筆書の実例



《正８角形：１１番目づつ》

始点Ａ０から反時計回りに頂点を１１番目づつ巡り一筆書を行ないます.

すると、Ａ０→Ａ１１→Ａ２２→Ａ３３→Ａ４４→Ａ５５→Ａ６６→Ａ７７→Ａ８８の順で星形の一筆書が出来ます.

この時、全ての頂点を経由しています.

実例から予想を行なう

《一般化してみる》
一筆書を『正Ｎ角形の始点Ａ０から反時計回りに頂点をＰ番目づつ巡り一筆書を行なう』と一般化してみます.

これと、前述の実例から次のような予想が出来ると思います. （証明は行なっておりません）

- 一筆書が全ての頂点を経由するならば、ＮとＰは互いに素である.
- 経由しない頂点が残るならば、ＮとＰは互いに素ではない.

素数判定法

《正Ｎ角形：Ｐ番目づつ》

Ｎが素数であるか合成数であるかを判定するために、前述の予想が正しいと仮定すると次の事が云えると思います.

まず、ＰはＮ未満の全ての素数の積とします.

（Ｐ＝２×３×５×７×１１×１３×１７・・・）

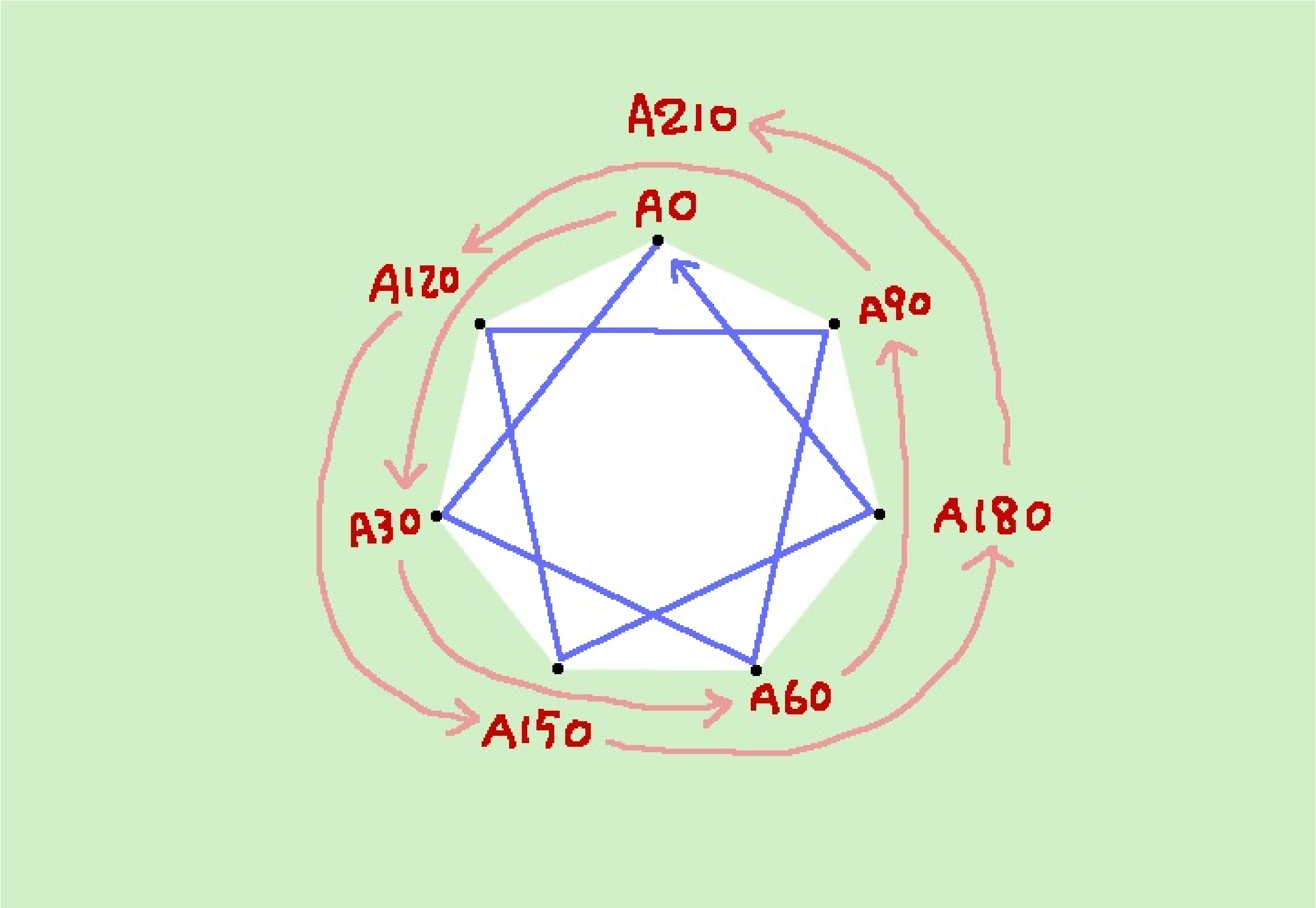
そして、正Ｎ角形の始点Ａ０から反時計回りに頂点をＰ番目づつ巡り一筆書を行ないます.

その結果、一筆書が全ての頂点を経由しているならば、ＮとＰは互いに素となるので、Ｎは素数である.

経由しない頂点が残るならば、ＮとＰは互いに素ではないので、Ｎは合成数である.

この判定法の適用例を次ページ以降に示します.

適用例



《正7角形：３０番目づつ》

７が素数であるかどうかを判定するために、まず７未満の全ての素数の積を求めます.

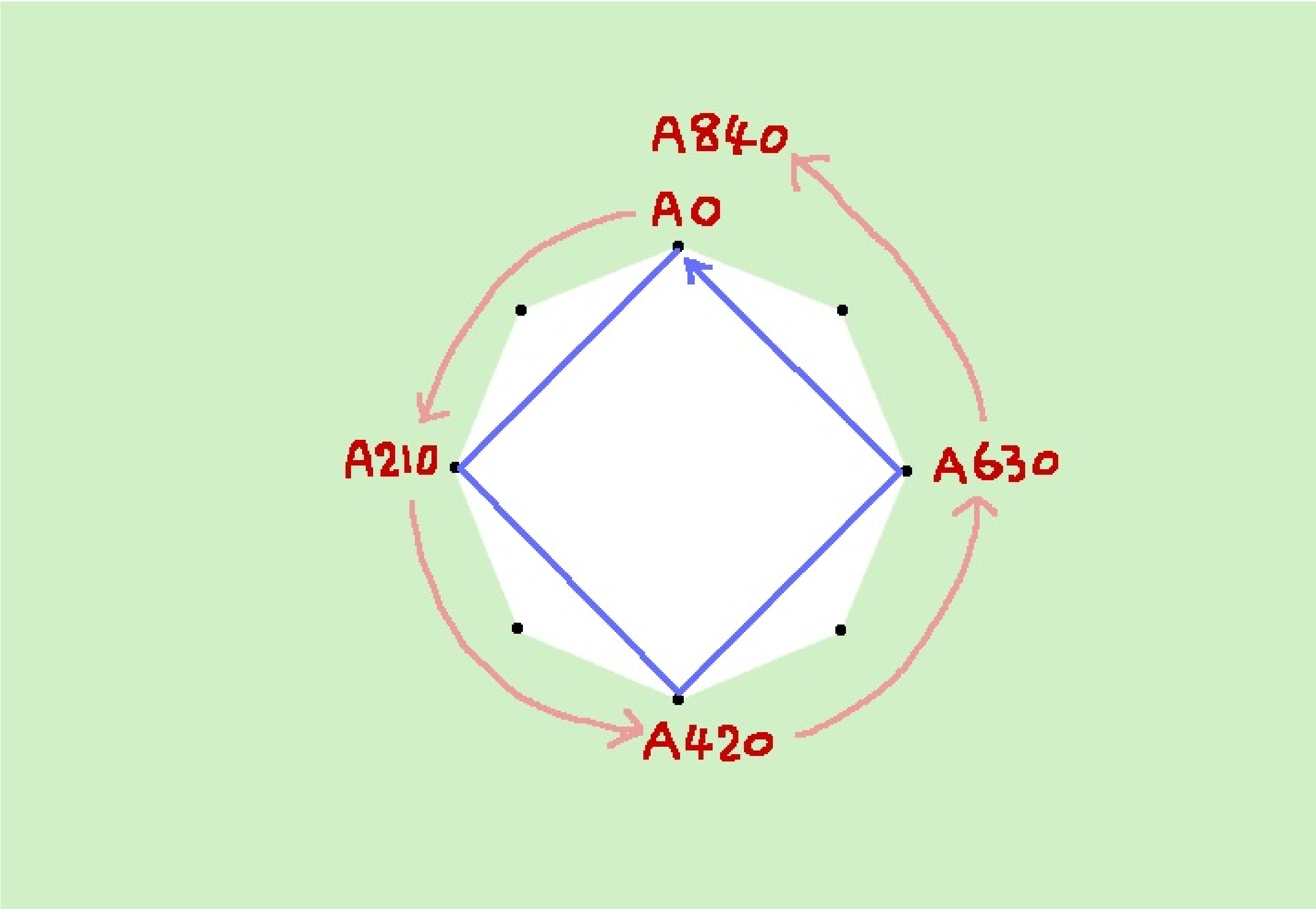
Ｐ＝２×３×５＝３０

そして、正７角形の始点Ａ０から反時計回りに頂点を３０番目づつ巡り一筆書を行ないます.

すると、Ａ０→Ａ３０→Ａ６０→Ａ９０→Ａ１２０→Ａ１５０→Ａ１８０→Ａ２１０の順で星形の一筆書が出来ます.

この時、全ての頂点を経由しているので、７と３０は互いに素と判定します. よって、７は素数である.

適用例



《正8角形：２１０番目づつ》

８が素数であるかどうかを判定するために、まず８未満の全ての素数の積を求めます.

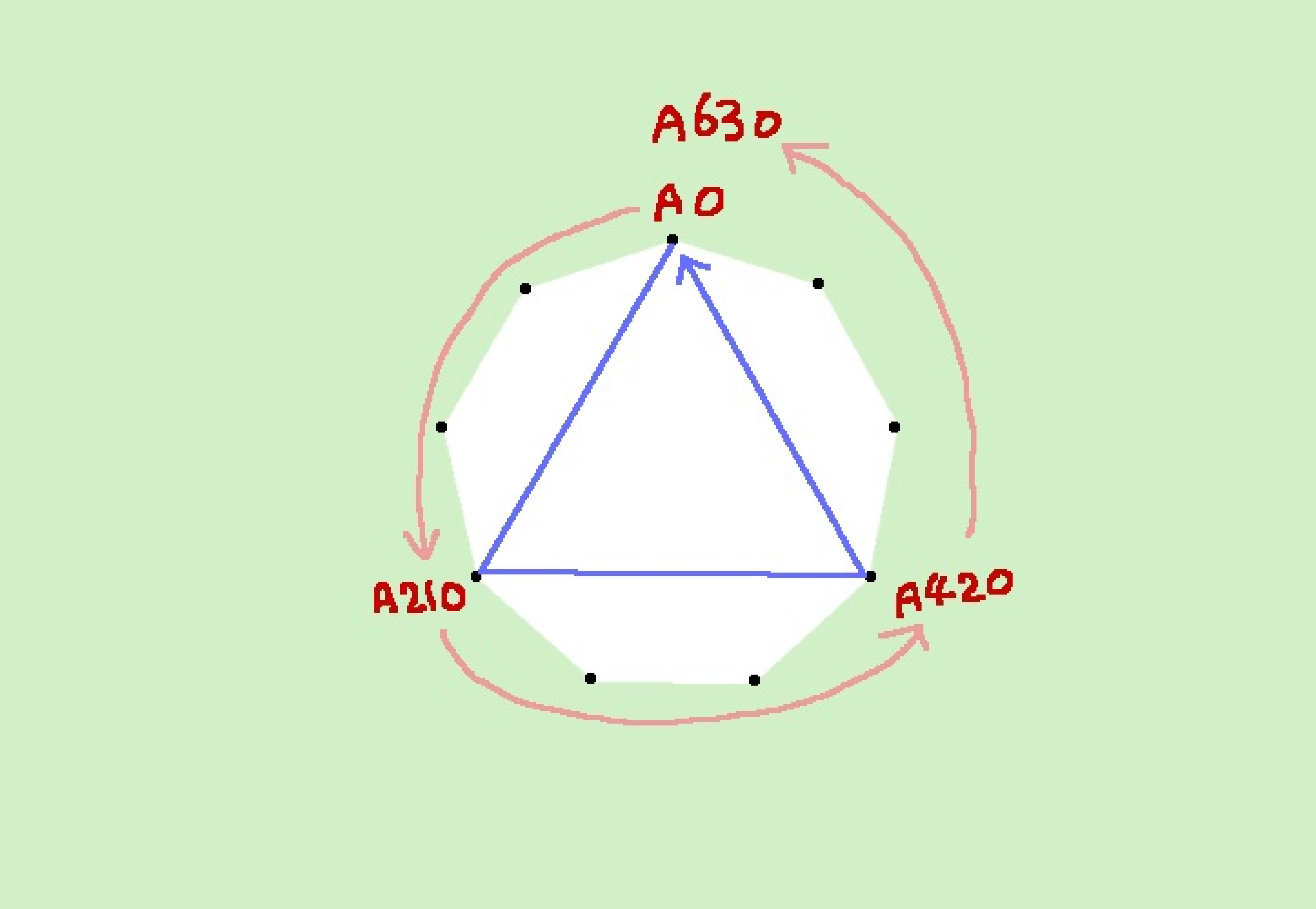
Ｐ＝２×３×５×７＝２１０

そして、正８角形の始点Ａ０から反時計回りに頂点を２１０番目づつ巡り一筆書を行ないます.

すると、Ａ０→Ａ２１０→Ａ４２０→Ａ６３０→Ａ８４０の順で正方形の一筆書が出来ます.

この時、経由しない頂点が残るので、８と２１０は互いに素ではないと判定します．よって、８は合成数である.

適用例



《正9角形：２１０番目づつ》

９が素数であるかどうかを判定するために、まず９未満の全ての素数の積を求めます．

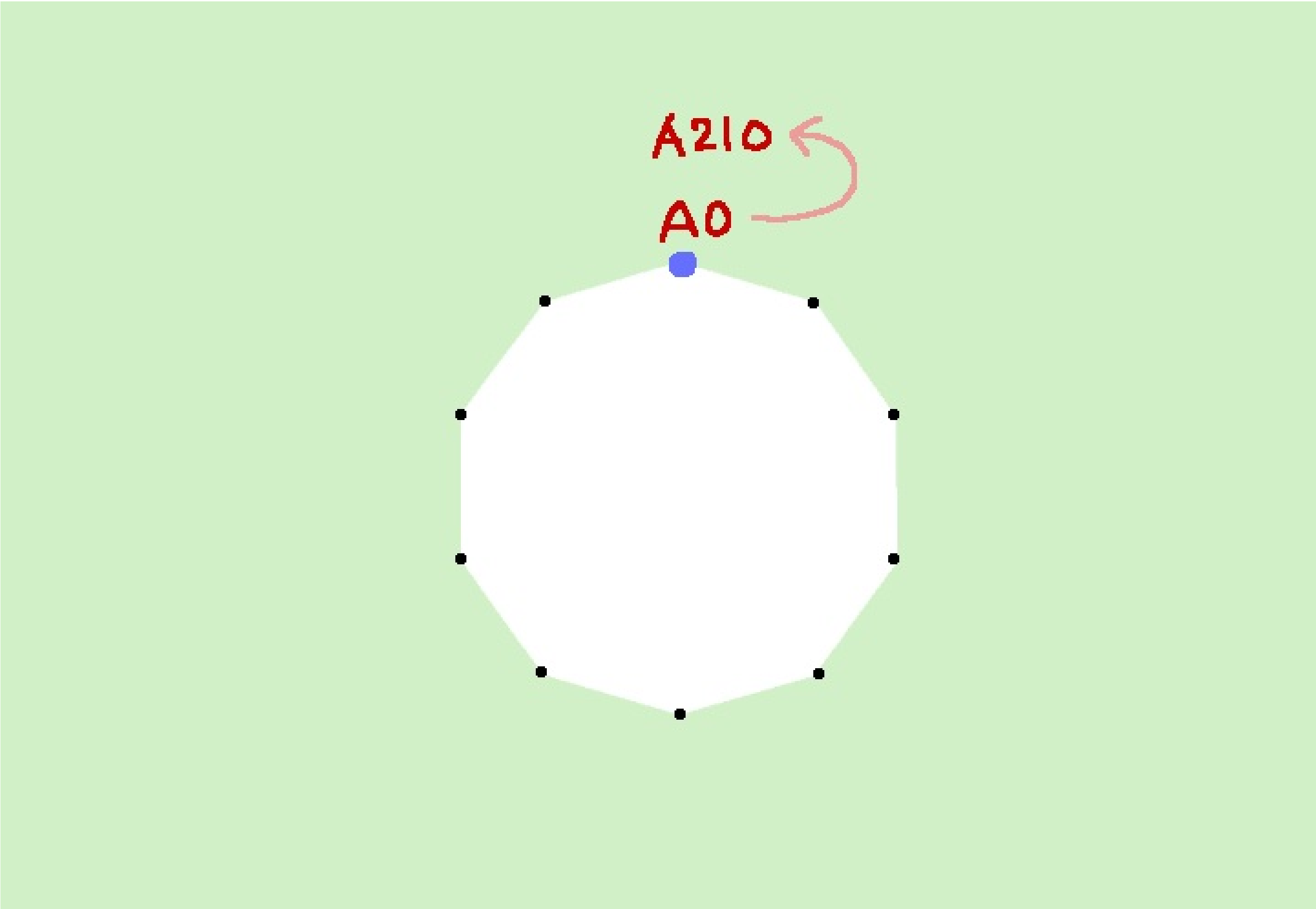
Ｐ＝２×３×５×７＝２１０

そして、正９角形の始点Ａ０から反時計回りに頂点を２１０番目づつ巡り一筆書を行ないます．

すると、Ａ０→Ａ２１０→Ａ４２０→Ａ６３０の順で正三角形の一筆書が出来ます．

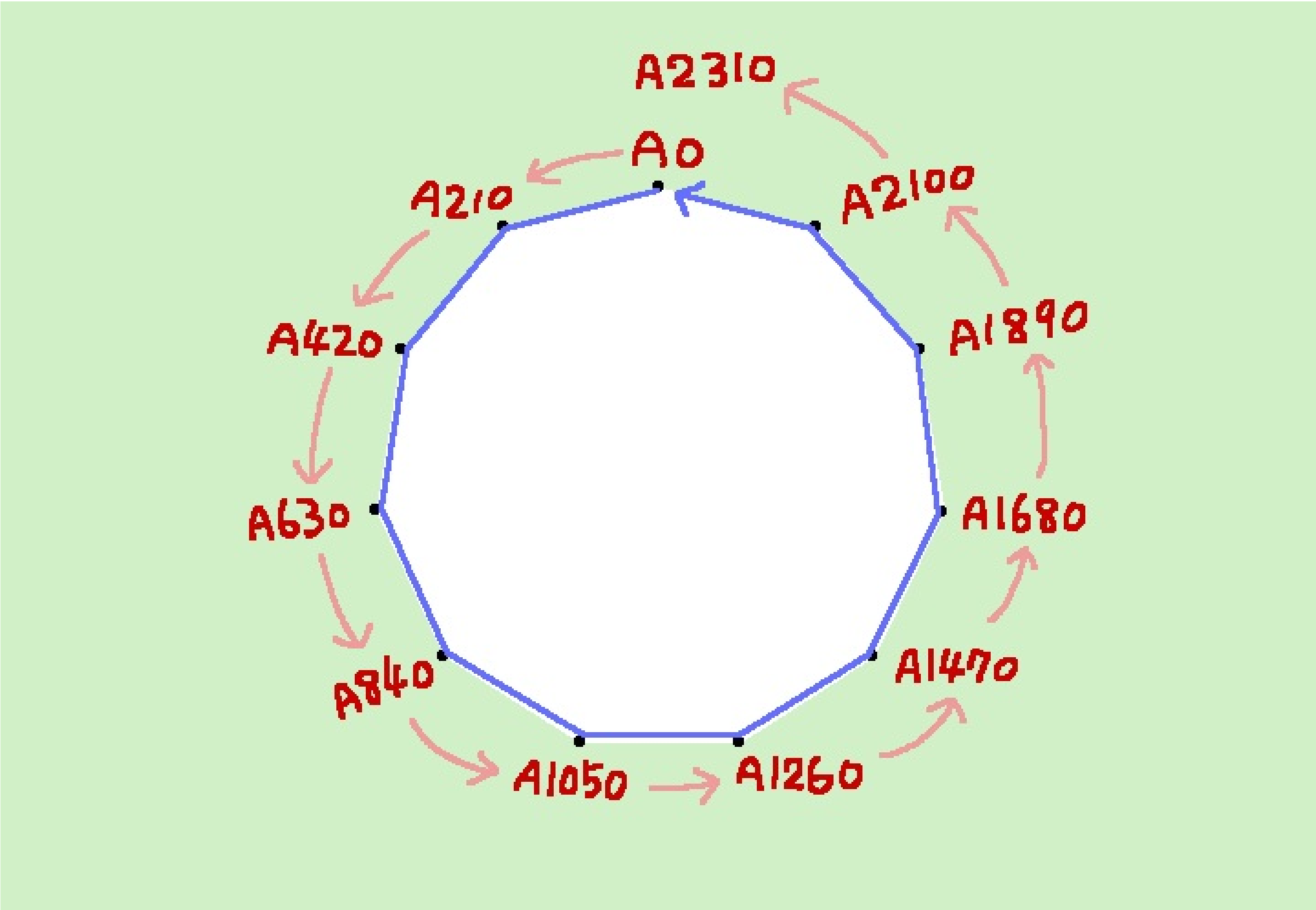
この時、経由しない頂点が残るので、９と２１０は互いに素ではないと判定します．よって、９は合成数である．

適用例



《正１０角形：２１０番目づつ》
１０が素数であるかどうかを判定するために、まず１０未満の全ての素数の積を求めます.
Ｐ＝２×３×５×７＝２１０
そして、正１０角形の始点Ａ０から反時計回りに頂点を２１０番目づつ巡り一筆書を行ないます
.
すると、Ａ０→Ａ２１０であり、始点がそのまま終点となります.
この時、経由しない頂点が残るので、１０と２１０は互いに素ではないと判定します．よって、
１０は合成数である.

適用例



《正１１角形：２１０番目づつ》

１１が素数であるかどうかを判定するために、まず１１未満の全ての素数の積を求めます.

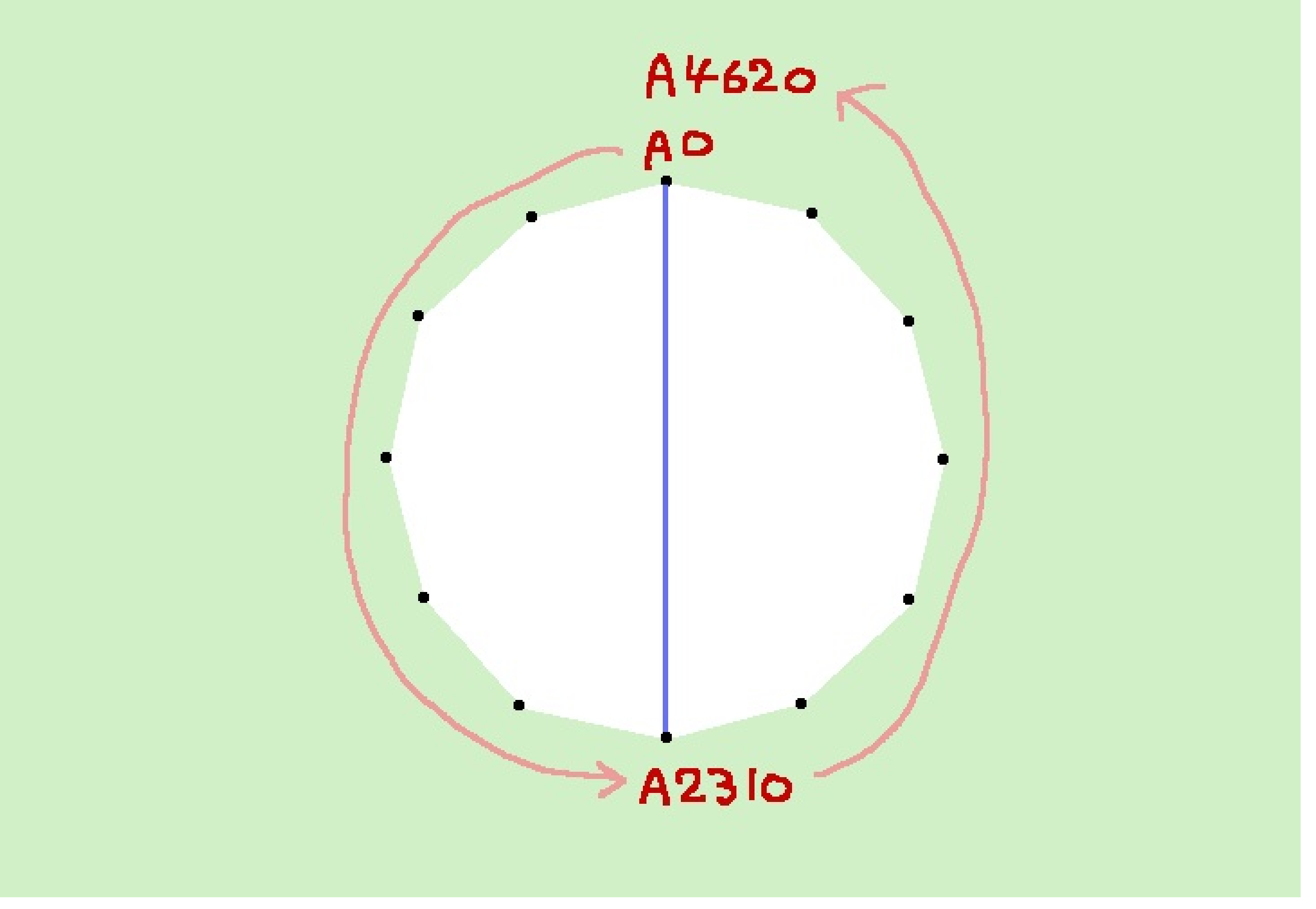
Ｐ＝２×３×５×７＝２１０

そして、正１１角形の始点Ａ０から反時計回りに頂点を２１０番目づつ巡り一筆書を行ないます.

すると、Ａ０→Ａ２１０→Ａ４２０→Ａ６３０→Ａ８４０→Ａ１０５０→Ａ１２６０→Ａ１４７０→Ａ１６８０→Ａ１８９０→Ａ２１００→Ａ２３１０の順で正１１角形の外形の一筆書が出来ます.

この時、全ての頂点を経由しているので、１１と２１０は互いに素と判定します. よって、１１は素数である.

適用例



《正１２角形：２３１０番目づつ》

１２が素数であるかどうかを判定するために、まず１２未満の全ての素数の積を求めます.

Ｐ＝２×３×５×７×１１＝２３１０

そして、正１２角形の始点Ａ０から反時計回りに頂点を２３１０番目づつ巡り一筆書を行ないます.

すると、Ａ０→Ａ２３１０→Ａ４６２０順で一本の対角線を往復します.

この時、経由しない頂点が残るので、１２と２３１０は互いに素ではないと判定します．よって、１２は合成数である.

《了》

後書き

ＣＧ画像：
次の画像処理ソフトウエアを使用しました.

- ArtRage 3 Studio Pro　アンビエント社
- Photoshop Elements 10　アドビシステムズ株式会社

著者：
茜町春彦（あかねまちはるひこ）と申します.
2004年より活動を始めたフリーランスのライター＆イラストレーターです.
作品が社会の進歩に多少なりとも寄与することを願いながら、日々制作を行なっています.
また、下記WEBサイトに於いても、デジタル作品を公開しております.

- YouTube　（動画共有サイト）
- Google+　（ソーシャルネットワークサービス）
- 楽天Kobo電子書籍ストア　（ネットショッピングサイト）

その他：

2016年7月22日発行

幾何エッセイ『正多角形および星形一筆書と素数判定法（ベータ版）』

http://p.booklog.jp/book/108556

著者 : 茜町春彦
著者プロフィール：http://p.booklog.jp/users/akaneharu/profile

感想はこちらのコメントへ
http://p.booklog.jp/book/108556

ブクログ本棚へ入れる
http://booklog.jp/item/3/108556

電子書籍プラットフォーム : ブクログのパブー（http://p.booklog.jp/）
運営会社：株式会社ブクログ